Biblioteka WIADOMOŚCI STATYSTYCZNYCH

EKONOMETRIA I STATYSTYKA W PROCESIE MODELOWANIA

Tom 64 WARSZAWA 2010

GŁÓWNY URZĄD STATYSTYCZNY

EKONOMETRIA I STATYSTYKA W PROCESIE MODELOWANIA

praca zbiorowa pod redakcją Tadeusza Walczaka
dedykowana Przewodniczącemu Naukowej Rady Statystycznej
przy Prezesie Głównego Urzędu Statystycznego
Prof. dr hab. Aleksandrowi Welfe
z okazji 50 urodzin

Tom 64 WARSZAWA 2010

Redaktor naukowy
Prof. dr hab. Tadeusz Walczak

Redaktor techniczny
Urszula Krzywińska

Projekt okładki
Krzysztof Dobrowolski

ZWS Druk i oprawa: Zakład Wydawnictw Statystycznych
al. Niepodległości 208, 00-925 Warszawa

SPIS TREŚCI

SŁOWO WSTĘPNE

Przypada mi w udziale przyjemny obowiązek przedstawienia bliżej sylwetki Jubilata oraz książki Jemu poświęconej — przewodniczący Naukowej Rady Statystycznej przy Prezesie GUS profesor Aleksander Welfe obchodzi w tym roku 50 rocznicę urodzin.

Profesor Aleksander Welfe urodził się 5 sierpnia 1960 roku w Łodzi. Po ukończeniu XII Liceum Ogólnokształcącego — szkoły, którą ukończyło wielu zasłużonych łódzkich ekonometryków, rozpoczyna studia na Wydziale Ekonomiczno-Socjologicznym Uniwersytetu Łódzkiego, na specjalności „Ekonometria i Statystyka". Kończy je z medalem „Za chlubne studia" w 1982 roku. Rozpoczyna pracę w Uniwersytecie Łódzkim, w Instytucie Ekonometrii i Statystyki jako asystent, a od 1984 roku: starszy asystent. Zdobywa kolejne stopnie naukowe. Należy przy tym podkreślić wyjątkową uczciwość osobistą i naukową. Jako syn wybitnego ekonometryka, twórcy łódzkiej szkoły ekonometrycznej, czuje się wewnętrznie zobligowany do poddania ocenie swoich kolejnych prac na stopień w pozałódzkich ośrodkach naukowych. Stopień naukowy doktora uzyskuje więc, na Uniwersytecie Warszawskim w 1985 roku, a promotorem rozprawy doktorskiej jest prof. dr hab. Leszek Zienkowski. Kolokwium habilitacyjne odbywa w Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu w 1990 roku. Jesienią 1996 roku uzyskuje tytuł profesora nauk ekonomicznych. Jest wówczas najmłodszym profesorem w Polsce. Jeszcze przed otrzymaniem tytułu naukowego profesora, w 1991 roku zostaje członkiem Łódzkiego Towarzystwa Naukowego (instytucji, która pod inną nazwą działała w Łodzi już w okresie międzywojennym i była obok oddziału Wolnej Wszechnicy Polskiej zalążkiem Łodzi Akademickiej). W 2007 roku zostaje najmłodszym wiekiem członkiem korespondentem Polskiej Akademii Nauk. Od listopada 2010 roku jest wiceprezesem Oddziału Łódzkiego PAN. Związki Profesora z tą instytucją są jednak znacznie wcześniejsze. Od 1996 roku jest członkiem Komitetu Statystyki i Ekonometrii PAN, przy czym od 1999 do 2007 roku wchodził w skład prezydium tego Komitetu. W latach 2003—2007 był jego wiceprzewodniczącym, zaś w latach 1999—2007 członkiem Komitetu Prognoz „Polska 2000 Plus" przy Prezydium PAN.

Profesor A. Welfe, na macierzystym uniwersytecie piastował lub pełni do chwili obecnej szereg odpowiedzialnych funkcji. W latach 1989—1991 był kierownikiem Pracowni Prognoz, od 1 stycznia 1992 kierował Zakładem Prognoz

i Analiz Symulacyjnych, który w 1997 roku przekształcił się w Katedrę Modeli i Prognoz Ekonometrycznych do chwili obecnej kierowaną przez Profesora. Kolejne stopnie i tytuł naukowy wiążą się z awansami na stanowiskach uczelnianych: od 1986 roku jest adiunktem, od 1991 roku profesorem nadzwyczajnym, wreszcie w 1998 roku obejmuje stanowisko profesora zwyczajnego UŁ. Jednocześnie, od 1999 roku jest profesorem zwyczajnym w Szkole Głównej Handlowej.

W początkach swojej kariery naukowej Jubilat odbył staże naukowe za granicą: na Uniwersytecie Pensylwańskim w 1984 oraz w roku akademickim 1986—1987, na Uniwersytecie Stanforda w roku akademickim 1990—1991. W latach 1993—1994 uzyskał prestiżowe stypendium fundacji „Alexander von Humboldt", w związku z czym przebywał na stażach naukowych na uniwersytecie w Konstancji, a następnie w Paryżu.

Od wielu lat osoba Profesora związana jest z Głównym Urzędem Statystycznym. Już w latach 1995—1997 zasiadał w Naukowej Rady Statystycznej przy Prezesie GUS. Od 2005 roku, a więc już drugą kadencję przewodniczy temu gremium. W dużej mierze dzięki Jego zaangażowaniu, a także zdolnościom organizacyjnym, Rada ta stała się ważnym miejscem wymiany myśli statystyków polskich. Jednocześnie, poprzez każdorazowy udział w posiedzeniach przedstawicieli kierownictwa Głównego Urzędu Statystycznego uchwały podejmowane przez Radę nie trafiają w próżnię. Służy to znakomicie doskonaleniu polskiej statystyki publicznej, w szczególności znacznemu zbliżeniu publikowanych danych do potrzeb zarówno teoretyków ekonomii, jak i przede wszystkim ekonometrii stosowanej (profesor Welfe jako uznany specjalista w tej dziedzinie ma tu szczególnie dużo cennych uwag do przekazania). Pod wpływem Rady powstał ostatnio „Program rozwoju polskiej statystyki publicznej do 2015 roku" — dokument bez precedensu w ponad dwustuletniej historii polskiej statystyki.

Zakres zainteresowań naukowych Profesora jest bardzo szeroki, przede wszystkim jednak jest wybitnym specjalistą w dziedzinie szeroko rozumianego makromodelowania ekonometrycznego. W początkach swojej kariery naukowej, w epoce gospodarki niedoborów, badania naukowe Jubilata koncentrowały się w dużej mierze wokół analizy popytu i rynku w warunkach nierównowagi, pionierskie były zwłaszcza Jego analizy popytu odroczonego. Tym zagadnieniom poświęcona była też pierwsza książka (napisana wspólnie z B. Sucheckim) wydana w 1988 r. przez PWE. W okresie gospodarki rynkowej, w kręgu zainteresowań pozostała problematyka analizy popytu, cen oraz procesów inflacyjnych w gospodarce polskiej. Stworzona została rodzina modeli klasy WA obejmująca podane wyżej segmenty gospodarki. Równocześnie, Profesor udoskonala aparat metod ekonometrycznych wykorzystywanych w swoich badaniach empirycznych. Należy do pionierów zastosowania analiz symulacyjnych w prognozowaniu i badaniu reakcji mnożnikowych w gospodarce polskiej. Od pierwszej połowy lat dziewięćdziesiątych w zespole kierowanym przez Jubilata dużo uwagi poświęca się analizie procesów niestacjonarnych i analizie kointegracyjnej — początkowo w ujęciu jedno-, a następnie w coraz szerszym stopniu wielowymiarowym.

Na uwagę zasługuje działalności Profesora jako opiekuna kadr naukowych. Jest promotorem dwunastu doktorów oraz kilkudziesięciu magistrów. Wielu z nich pełni odpowiedzialne funkcje w ministerstwach i urzędach centralnych. Powierzane są im poważne zadania, m.in. konstrukcja budżetu państwa. Jeden z nich jest Dyrektorem Departamentu w Głównym Urzędzie Statystycznym. Pierwszy z wypromowanych doktorów uzyskał już stopień doktora habilitowanego i zasiada w Naukowej Radzie Statystycznej.

Troska o rozwój kadr naukowych nie ogranicza się jedynie do Uniwersytetu Łódzkiego. Z inicjatywy Aleksandra Welfe, w 2000 roku odbyły się pierwsze „Warsztaty Doktorskie w dziedzinie Ekonometrii i Statystyki". Do dziś odbyło się już 11 tego typu konferencji, które stały się bezprecedensowym w historii dyscypliny forum dyskusyjnym umożliwiającym młodym pracownikom naukowym (przed doktoratem lub habilitacją) zaprezentowanie wyników swoich badań oraz poddanie ich dyskusji zarówno ze strony uznanych sław naukowych, jak i koleżanek i kolegów będących w podobnej sytuacji. Wyrazem uznania dla konferencji zorganizowanej przez Profesora jest patronat Komitetu Statystyki i Ekonometrii PAN rozciągnięty nad Warsztatami. Należy też dodać, że corocznie najlepsze referaty wygłoszone podczas Warsztatów nagradzane są publikacją, początkowo w monografii pokonferencyjnej, a w ostatnich latach w „Central European Journal of Economic Modelling and Econometrics" — piśmie powstałym przy znacznym udziale Profesora.

Jubilat jest od wielu lat bardzo cenionym przez młodzież dydaktykiem. Kilkakrotnie społeczność studencka Wydziału Ekonomiczno — Socjologicznego wyróżniała Go „Nobelkiem" — najwyższym wyróżnieniem przyznawanym przez studentów swoim wykładowcom. W trakcie swojej pracy na Uniwersytecie Łódzkim prowadzi wykłady z „Ekonometrii", „Ekonometrii zaawansowanej", „Prognozowania i symulacji komputerowych" oraz seminaria magisterskie. Z kolei, prowadzone od roku 1999 wykłady w Szkole Głównej Handlowej dotyczą „Ekonometrii zaawansowanej" oraz „Modeli wielorównaniowych"

Także w dziedzinie dydaktyki, zaangażowanie Jubilata przebiega wielotorowo. Jest bowiem nie tylko wykładowcą, ale i autorem bardzo cenionych podręczników akademickich wydanych przez PWE. W szczególności, podręcznikiem takim jest „Ekonometria. Metody i zastosowania", która doczekała się już czwartego wydania. Jak każde poprzednie jest ono poszerzone i uaktualnione — książka ta stanowi nie tylko kompendium wiedzy z podstaw ekonometrii, ale jednocześnie, na końcu każdego z rozdziałów, jest przewodnikiem dla studenta po najlepszej literaturze naukowej danych subdyscyplin. Profesor Aleksander Welfe jest także współautorem (wraz z Władysławem Welfe) kolejnego podręcznika wydanego przez PWE. Jest nim „Ekonometria stosowana", która doczekała się drugiego, rozszerzonego wydania. W książce tej autorzy nie ograniczyli się do przedstawienia podstaw modelowania podstawowych zjawisk ekonomicznych, ale przedstawili wiele wyników własnych obliczeń, opartych na stworzonych w łódzkim ośrodku modelach serii W. Profesor Aleksander Welfe jest również redaktorem

„Ekonometrii. Zbioru zadań" wydanego dwukrotnie przez PWE (wspólnie z G. Juszczak-Szumacher, W. Florczakiem, R. Kelmem i M. Majsterkiem). W bieżącym roku ukazał się zupełnie nowy zbiór zadań z ekonometrii, którego współautorem jest W. Grabowski.

Profesor A. Welfe jest animatorem życia naukowego w kraju, jak również w skali międzynarodowej. Obok wspomnianych już Warsztatów Doktorskich, od 1998 roku jest głównym organizatorem prestiżowej konferencji międzynarodowej „Macromodels", która corocznie przyciąga najbardziej uznane autorytety w dziedzinie, przede wszystkim, makromodelowania ekonometrycznego, ale również innych subdyscyplin ekonometrii. Uczestnikami tej konferencji byli również laureaci Nagrody im. Nobla w dziedzinie ekonomii, m.in. Lawrence Klein i Robert Engle. Jubilat nie tylko zaprasza na konferencje międzynarodowe, ale jest też ich częstym uczestnikiem — od 1983 roku, gdy zadebiutował w wieku 23 lat na najbardziej prestiżowej w europejskim środowisku ekonometrycznym konferencji European Econometric Society. Jego autorskie lub współautorskie referaty przechodziły niejednokrotnie bardzo restrykcyjną procedurę kwalifikacyjną. Profesor A. Welfe był też uczestnikiem światowych konferencji ekonometrycznych. Od wielu lat jest współuczestnikiem ze strony polskiej międzynarodowego programu badawczego „Project LINK", któremu patronuje Organizacja Narodów Zjednoczonych. Celem programu jest wymiana doświadczeń w dziedzinie prognozowania gospodarek narodowych i próba uzgodnienia prognozy gospodarki światowej. W Szkole Głównej Handlowej zainicjował, z kolei, seminarium naukowe modelowania ekonometrycznego „SENAMEK", które stało się forum dyskusyjnym dla młodych uczonych nie tylko ze środowiska warszawskiego, ale również innych ośrodków naukowych.

Pełna lista nagród i wyróżnień otrzymanych przez Profesora jest imponująca. Zainteresowanych pozwolę sobie odesłać na prowadzone przez Profesora strony internetowe Katedry, którą kieruje (ww.econometrics.uni.lodz.pl). Wymienię tylko te najważniejsze (obok wspomnianych wcześniej): Są to: Nagroda naukowa PAN w dziedzinie ekonomii im. F. Skarbka (2001), dwie nagrody Polskiej Akademii Nauk, siedem Nagród (indywidualnych bądź zespołowych) Ministra, blisko dziesięć Nagród Rektora Uniwersytetu Łódzkiego. Po raz kolejny, *pro domo sua*, pozwolę sobie zwrócić uwagę na wyróżnienie Jubilata Nagrodą Prezesa Głównego Urzędu Statystycznego.

Podobnie jak w przypadku nagród i wyróżnień, również wymienienie wszystkich publikacji przekroczyłoby ramy słowa wstępnego. Pozwolę sobie więc, skoncentrować się na najważniejszych. W pierwszej kolejności wymienię książkę napisaną wspólnie z laureatem Nagrody im. Nobla Lawrencem Kleinem oraz prof. Władysławem Welfe wydaną w czołowym wydawnictwie North-Holland. Jest to praca „Principles of Macroeconometric Modeling" z 1999 roku. Inną książką o międzynarodowym zasięgu jest współautorska pozycja pod redakcją prof. A. Welfe „New Directions in Macromodelling" wydana przez „Elsevier" w 2004 roku. Obok profesora Welfe autorami artykułów byli najwybitniejsi

przedstawiciele europejskich ekonometryków. Ważne miejsce w dorobku publikacyjnym Jubilata zajmują artykuły w czasopismach z listy filadelfijskiej (m.in. „European Economic Review", „Economic Modelling", „Economics Letters", „Journal of Public Economics", „Economics of Planning"). Został również powołany na recenzenta przez takie światowej klasy czasopisma jak „Economic Dynamics and Control", „Journal of Comparative Economics", „Economic Modelling" oraz wydawnictwa „Springer" oraz „Elsevier". Bardzo często prof. Welfe gości na łamach najlepszych czasopism polskich — „Ekonomisty" (lista filadelfijska), „Przeglądu Statystycznego", „Wiadomości Statystycznych".

Obok publikacji w najbardziej prestiżowych czasopismach, profesor Welfe stara się dotrzeć też do przeciętnego odbiorcy. Służą temu publikowane m.in. na łamach „Rzeczypospolitej" prognozy rozwoju gospodarki polskiej.

Profesor A. Welfe jest nie tylko autorem w prestiżowych czasopismach, ale również zasiada w ich Radach Redakcyjnych. W swojej karierze naukowej był, więc, redaktorem (Associate Editor) takich czasopism z listy filadelfijskiej, jak „Economics of Planning" (od 2002 roku), czy też „Economic Modelling". Ponadto w latach 1989—2008 był redaktorem naczelnym „Prac Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego". Od lutego 2009 roku jest redaktorem naczelnym „Banku i Kredytu" wydawanego przez Narodowy Bank Polski, z którym profesor Welfe od lat współpracuje. W Oddziale Łódzkim Polskiej Akademii Nauk inicjuje powstanie czasopisma o zasięgu międzynarodowym.

Kończąc, pozwolę sobie zauważyć, że wprawdzie działalność naukowa jest „oczkiem w głowie" Profesora, to jednak nie odmawia on swego udziału w życiu publicznym. W latach 1986—1988 był członkiem Komitetu d/s Reformy Ekonomicznej w Komisji Planowania przy Radzie Ministrów, w latach 1989—1990 konsultantem DG II, przy Europejskiej Wspólnocie Gospodarczej. W latach 1998—2001 był członkiem Rady Polityki Gospodarczej przy Ministrze Gospodarki. W 2007 roku został doradcą Prezesa Narodowego Banku Polskiego. Za swoją działalność publiczną uhonorowany został w 2004 roku Złotym Krzyżem Zasługi, a w roku ubiegłym Krzyżem Kawalerskim Orderu Odrodzenia Polski.

Książka, którą oddajemy czytelnikom do ręki zawiera sześć artykułów dedykowanych Profesorowi. Ich spektrum jest bardzo szerokie, podobnie jak autorzy reprezentują różne ośrodki i różne pokolenia polskich ekonomistów. Są to więc, zarówno rówieśnicy, byli studenci, jak i Mistrzowie profesora Aleksandra Welfe. Ich zainteresowania badawcze są bardzo niekiedy odległe. Wszystkich ich jednak łączy współpraca z Jubilatem. Jestem przekonany, że pomimo braku wspólnego tematycznego mianownika książka spotka się z zainteresowaniem Czytelników, a każdy znajdzie w niej interesujący Go obszar.

prof. dr hab. *Józef Oleński*

Prezes Głównego Urzędu Statystycznego

Aleksander WELFE

LISTA PUBLIKACJI

Artykuły

1. Funkcje produkcji dla przemysłu, Studia Prawno-Ekonomiczne, tom XXIX, 1982, s. 147—160
2. Wyznaczanie indeksów cen zbytu, Wiadomości Statystyczne, nr 8, 1982, s. 11—15
3. Ekonometryczna analiza oszczędności i popytu konsumpcyjnego w warunkach nierównowagi rynkowej w Polsce, Finanse, nr 12, 1982, s. 11—20
4. Ekonometryczny model rynku dóbr konsumpcyjnych w nierównowadze WA-1, Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 43, 1983
5. Popyt konsumpcyjny w warunkach niedostatecznej podaży, Studia Prawno-Ekonomiczne, tom XXXII, 1984, s. 187—202
6. Ekonometryczna analiza popytu na dobra nieżywnościowe w warunkach niedostatecznej podaży, Wiadomości Statystyczne, nr 1, 1984, s. 19—22
7. Disequilibrium Model of Consumers Goods Markets WA-1, Netherlands Economic Institute, series: Foundations of Empirical Economic Research, nr 1985/1, Rotterdam, 1984, oraz w: W. Milo, M. Miszczyński (red.), Macromodels and Forecasts of National Economy, PWN, Warszawa-Łódź 1986
8. Analiza popytu w warunkach nierównowagi, Ekonomista, nr 5, 1984, s. 1045—1064
9. Sytuacja pieniężno-rynkowa w latach 1984—1987, Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 49, 1984
10. Rynek dóbr konsumpcyjnych w latach 1984—1988. Analiza wariantów alternatywnych, Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 50, 1984
11. The System of Demand Equations in a State of Disequilibrium, Collaborative Paper-International Institute of Applied Systems Analysis, nr CP-85-3, Laxenburg, 1985

12. Modelling Consumers' Behaviour Under Inflation and Disequilibrium: WA-2 Model, Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 51, 1985

13. Modele i prognozy rynku w warunkach nierównowagi (współautor: W. Welfe), Ekonomista, nr 2, 1986, s. 279—314

14. Modelling Inflation and Disequilibria in Consumer Goods Markets, Oeconomica Polona, nr 1, 1986, s. 93—114

15. Intensity of Disequilibrium and Changes in Inventories, Collaborative Paper-International Institute for Applied Systems Analysis, nr CP-86—7, Laxenburg, 1986

16. Zgodny układ równań popytu w warunkach nierównowagi, Przegląd Statystyczny, tom 33, nr 3, 1986, s. 287—307

17. Prognoza rozwoju sytuacji pieniężno-rynkowej do roku 1990, Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 54, 1986

18. Model nierównowagi rynkowej uwzględniający zmiany zapasów, Studia Prawno-Ekonomiczne, tom XXXVIII, 1987, s. 207—215

19. Modelling Consumer Goods Markets Under Disequilibrium and Inflation, w: B. Martos, L. F. Pau, M. Ziermann (red.), Dynamic Modelling and Control of National Economies, Proceedings of the 5th IFAC/IFORS Symposium, Pergamon Press, Oxford, 1987

20. Estymacja zgodnego układu równań popytu w warunkach występowania popytu niezaspokojonego, Przegląd Statystyczny, tom 34, nr 2, 1987, s. 133—143

21. Procesy oszczędzania gospodarstw domowych w warunkach nierównowagi, Finanse, nr 3, 1987, s. 11—18

22. Popyt i oszczędności pieniężne gospodarstw domowych w warunkach nierównowagi rynkowej, Ekonomista, nr 5, 1988, s. 869—887

23. Prognoza rynku dóbr konsumpcyjnych do roku 1992, Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 61, 1988

24. Rynek dóbr konsumpcyjnych w latach 1988-1992. Prognoza, Wiadomości Statystyczne, nr 3, 1988, s. 1—5

25. Prognoza sytuacji pieniężno-rynkowej (współautor: J. Wymysłowski), Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 62, 1988

26. Alternatywy rozwoju gospodarki Polski. Analizy symulacyjne (współautorzy: K. Markowski, W. Welfe), Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 63, 1988

27. Savings and Consumption in the Centrally Planned Economy: A Disequilibrium Approach, w: C. M. Davis, W. Charemza (red.), Models of Disequilibrium and Shortage in Centrally Planned Economies, Chapman and Hall, London, 1989

28. Analiza zagrożeń równowagi rynkowej na podstawie modelu WA-3/88 (współautor: S. Narel), Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 65, 1989

29. Drogi do równowagi rynkowej — prognoza (współautor: S. Narel), Wiadomości Statystyczne, nr 6, 1989, s. 1—5

30. Ekonometryczny model płac przeciętnych w sferze produkcji materialnej w polskiej gospodarce, Przegląd Statystyczny, tom 37, nr 1—2, 1990, s. 48—61

31. Wykorzystanie metody Gaussa-Seidela do symulacji modeli ekonometrycznych (współautor: W. Zatoń), Przegląd Statystyczny, tom 37, nr 3—4, 1990, s. 147—166; wersja angielska: Simulation of Econometric Models with the Gauss-Seidel Method, Ekonomicko-Matematicky Obzor, nr 1, 1990, s. 9—26

32. Metoda przekrojów jednokładnych (współautor: D. Madzio), Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 73, 1990

33. Bazy danych modeli W. Finanse (współautor: S. Narel), Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 74, 1990

34. Bazy danych modeli W. Rynek dóbr konsumpcyjnych (współautor: S. Narel), Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 75, 1990

35. The State Budget and Inflation Processes: Estimates for Poland, Journal of Public Economics, vol. 43, 1990, s. 161—180

36. Simulation System SIMUL, version 2.05 (współautor: W. Zatoń), Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 82, 1990

37. Rynek dóbr konsumpcyjnych w warunkach recesji i inflacji. Prognoza do roku 1995 (współautor: S. Narel), Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 83, 1990

38. Modelling Wages in Centrally Planned Economies: The Case of Poland, Economics of Planning, vol. 24, 1991, s. 47—58

39. Alternatives to the Development of Economic Situation in Poland Econometric Model Simulation Analysis (współautorzy: G. Juszczak, M. M. Kaźmierska, W. Orłowski, S. Narel. W. Welfe), Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 94, 1991

40. Modelowanie nierównowagi, Przegląd Statystyczny, tom 38, nr 2, 1991, s. 117—134

41. Modelowanie procesów finansowo-rynkowych w okresie zmian strukturalnych, Wiadomości Statystyczne, nr 6, 1992, s. 6—10

42. Modele płac przeciętnych w sferze produkcji materialnej, Wiadomości Statystyczne, nr 12, 1992, s. 10—13

43. Wykorzystanie metody Newtona do symulacji modeli ekonometrycznych (współautor: W. Zatoń), Przegląd Statystyczny, tom 40, nr 2, 1993, s. 149—159

44. The Price-Wage Mechanism: An Endogenous Switching Model (współautor: J. Osiewalski), w: Emploi, Travail, Chomage, Absolwent, Łódź, 1993

45. The Price-Wage Inflationary Spiral: The Mixed Economy Case, Centre for International Labor Economics Discussion Paper, nr 13, University of Konstanz, 1994 oraz: Research Memorandum ACE Project, nr 12, University of Leicester, 1994

46. Model pętli inflacyjnej w gospodarce polskiej — analiza kointegracyjna (współautorzy: M. Majsterek, W. Florczak), Przegląd Statystyczny, tom 41, nr 3, 1994, s. 245—264

47. The Statistical Properties of Free Market Zloty/Dollar Exchange Rate: The Polish Experience (współautor: S. Narel), Przegląd Statystyczny, tom 41, nr 4, 1994, s. 401—412

48. Szacunek makrokategorii dla okresów kwartalnych (współautor: R. Kelm), Wiadomości Statystyczne, nr 4, 1995, s. 12—16

49. Szacunek produktu krajowego brutto Polski dla okresów kwartalnych (współautor: R. Kelm), Wiadomości Statystyczne, nr 10, 1995, s. 1—5

50. Prognozowanie produktu krajowego brutto w przekroju kwartalnym (współautor: R. Kelm), Gospodarka Narodowa, nr 1—2, 1996, s. 29—32

51. Makroekonomiczny minimodel gospodarki polskiej (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), Z Prac Instytutu Rozwoju i Studiów Strategicznych, nr 28, 1996, s. 5—37

52. The Price-Wage Inflationary Spiral in Poland, Economics of Planning, vol. 28, nr 1, 1996, s. 33—50

53. Porównanie szacunków makrokategorii dla okresów kwartalnych (współautor: R. Kelm), Wiadomości Statystyczne, nr 4, 1996, s. 49—56

54. Szacunek produktu krajowego brutto podzielonego Polski dla okresów kwartalnych (współautor: R. Kelm), Wiadomości Statystyczne, nr 8, 1996, s. 31—42; wersja rozszerzona: Z Prac Zakładu Badań Statystyczno-Ekonomicznych, nr 237, 1996

55. The Price-Wage Mechanism in Poland: An Endogenous Switching Model (współautor: J. Osiewalski), Research Memorandum ACE Project, nr 96/2, University of Leicester, 1996

56. Banki danych wysokiej częstotliwości modeli serii WK (współautorzy: J. Brzeszczyński, R. Kelm), Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 119, 1996

57. Symulacyjny, makroekonometryczny model W8 gospodarki Polski (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), Gospodarka Narodowa, nr 12, 1996, s. 32—46

58. Quarterly Simulation System for the Polish Economy and its Properties (współautorzy: R. Kelm, W. Welfe), w: W. Welfe (red.), Economies in Transition and the World Economy, Peter Lang, Frankfurt am Main, 1997

59. Annual Model of the Polish Economy. New Aspects for Transition Period (współautorzy: G. Juszczak-Szumacher, M. M. Kaźmierska, W. Welfe), w: W. Welfe (red.), Economies in Transition and the World Economy, Peter Lang, Frankfurt am Main, 1997

60. Model gospodarki narodowej Polski W8 (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), Instytut Rozwoju i Studiów Strategicznych — Raporty, nr 48, 1997, s. 5—57

61. Analiza mnożnikowa ex post na podstawie modelu W-8 gospodarki narodowej Polski (współautor: W. Zatoń), Instytut Rozwoju i Studiów Strategicznych — Raporty, nr 48, 1997, s. 58—75

62. System cen (współautor: W. Welfe), w: W. Welfe (red.), Średniookresowy ekonometryczny model gospodarki Polski w warunkach transformacji, Absolwent, Łódź, 1997

63. Płace i dochody osobiste ludności, w: W. Welfe (red.), Średniookresowy ekonometryczny model gospodarki Polski w warunkach transformacji, Absolwent, Łódź, 1997

64. Finanse publiczne, w: W. Welfe (red.), Średniookresowy ekonometryczny model gospodarki Polski w warunkach transformacji, Absolwent, Łódź, 1997

65. Problemy średniookresowego modelowania gospodarki transformowanej (w świetle doświadczeń nad konstrukcją modelu W10 gospodarki polskiej) (współautorzy: G. Juszczak-Szumacher, W. Welfe), w: Modelowanie średniookresowych polityk gospodarczych, Fundacja Promocji Rozwoju im. Edwarda Lipińskiego, Warszawa, 1997

66. Zastosowanie modelu racjonalnych oczekiwań do opisu kształtowania się płac przeciętnych w Polsce 02.1991—04.1995 (współautor: R. Kelm), Przegląd Statystyczny, tom 44, nr 2, 1997, s. 241—257

67. The Price-Wage Mechanism in Poland: An Endogenous Switching Model (współautor: J. Osiewalski), Economics of Planning, vol. 30, 1997, s. 205—220

68. Determinanty wzrostu płac, Ekonomista, nr 4, 1997, s. 459—469

69. Scenariusze strategii rozwoju gospodarki polskiej do roku 2010. Analizy symulacyjne oparte na ekonometrycznym modelu gospodarki polskiej W8 (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), Instytut Rozwoju i Studiów Strategicznych — Raporty, nr 56, 1997, s. 5—31

70. Alternatywy długookresowego wzrostu gospodarki polskiej (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), Instytut Rozwoju i Studiów Strategicznych — Raporty, nr 62, 1997

71. Długookresowe prognozy rozwoju gospodarki polskiej do 2010 roku (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), Gospodarka Narodowa, nr 11—12, 1997, s. 1—11

72. Strategy Scenarios for the Polish Economy Up to the Year 2010. Simulations Based on the W8 Model (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), w: red. A. Zeliaś, Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Kraków, 1998

73. The Price Wage Mechanism: An Endogenous Switching Model (współautor: J. Osiewalski), European Economic Review, vol. 42, nr 2, 1998, s. 365—374

74. Scenariusze rozwoju gospodarki Polski do 2010 roku (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), Gospodarka Narodowa, nr 1, 1998, s. 1—15

75. Konsekwencje ograniczania popytu finalnego a perspektywy wzrostu (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), Instytut Rozwoju i Studiów Strategicznych — Raporty, nr 71, 1998

76. Oszacowania produkcji sprzedanej przemysłu w cenach bieżących i stałych według EKD dla lat 1985—1995 (współautor: R. Kelm), Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 123, 1998

77. Alternatywy wzrostu gospodarki polskiej (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), Gospodarka Narodowa, nr 10, 1998, s. 8—20

78. Modelling Inflation in Poland (współautor: M. Majsterek), w: Proceedings of the Macromodels'98, red. W. Welfe, Absolwent, Łódź, 1999

79. Long Term Scenarios for the Polish Economy (up to the year 2010), (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak, R. Kelm), w: R. Courbis, W. Welfe (red.), Central and Eastern Europe on its Way to European Union, Peter Lang, Frankfurt am Main, 1999

80. Alternative Scenarios for the Polish Economy in the First Decade of the 21st Century After Joining the European Union (współautorzy: W. Welfe,

W. Florczak), w: R. Courbis, W. Welfe (red.), Central and Eastern Europe on its Way to European Union, Peter Lang, Frankfurt am Main, 1999

81. Mechanizmy ekonomiczne okresu transformacji (analiza na podstawie ekonometrycznego modelu gospodarki narodowej Polski WK98) (współautor: W. Welfe), Ekonomista, nr 3, 1999, s. 223—247

82. A Short-Run Price-Wage Nexus: An Application of Endogenous Switching (współautor: J. Osiewalski), Przegląd Statystyczny, nr 4, 1999, s. 435—440

83. Długookresowe związki płacowo-cenowe w gospodarce polskiej (współautor: M. Majsterek), Ekonomista, nr 6, 1999, s. 709—721

84. Modelling Economies in Transition: An Introduction (współautorzy: S. G. Hall, G. Mizon), Economic Modelling, vol. 17, 2000, s. 339—357

85. Modelling Inflation in Poland, Economic Modelling, vol. 17, 2000, s. 375—385

86. Prognoza zużycia papieru i wyrobów papierowych w Polsce do roku 2010 (na podstawie ekonometrycznego modelu przemysłu celulozowo-papierniczego), (współautor: P. Karp), w: W. Tarnawski (red.), Popyt i podaż papieru na świecie i w Polsce — perspektywa 2010, Stowarzyszenie Papierników Polskich, Łódź 2000

87. Strukturalny model VEC sprzężenia inflacyjnego w gospodarce polskiej okresu transformacji (współautor: M. Majsterek), Folia Oeconomica Cracoviensia, vol. 41-42, s. 51—63, 2000

88. The Annual Macromodel of the Polish Economy. Model Version W8-98 (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), w: W. Welfe, P. Wdowiński (red.), Macromodels'99. Proceedings of the Twenty Sixth International Conference, Absolwent, Łódź 2000

89. Wage and Price Inflation in Poland in the Period of Transition (współautor: M. Majsterek), w: W. Welfe, P. Wdowiński (red.), Macromodels'99. Proceedings of the Twenty Sixth International Conference, Absolwent, Łódź 2000

90. Direction Quality Measures for ARCH Models: The Case of Warsaw Stock Exchange Stock Prices (współautor: J. Brzeszczyński), w: W. Welfe, P. Wdowiński (red.), Macromodels'99. Proceedings of the Twenty Sixth International Conference, Absolwent, Łódź 2000

91. Długookresowy, ekonometryczny model W8-D gospodarki polskiej. Założenia i wyniki estymacji (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak, L. Sabanty), w: W. Welfe (red.), Ekonometryczny model wzrostu gospodarczego, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 2001

92. Symulacyjny, długookresowy model W8-D gospodarki polskiej (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak, L. Sabanty), w: W. Welfe (red.), Ekonometrycz-

ny model wzrostu gospodarczego, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 2001

93. Długookresowy model sprzężenia inflacyjnego w gospodarce polskiej okresu transformacji (współautor: M. Majsterek), Ekonomista, nr 5, 2001, s. 619—633

94. Czy współczesne modele dynamiczne zrewolucjonizowały ekonometrię?, w: A. Wojtyna (red.), Czy ekonomia nadąża z wyjaśnieniem rzeczywistości?, PTE-Bellona, Warszawa 2001

95. Współczesne modele dynamiczne, w: A. Welfe (red.), Modele i polityka makroekonomiczna, PWE, Warszawa 2002

96. Długookresowe związki między płacami, cenami i kursem walutowym w gospodarce polskiej okresu transformacji (współautor: M. Majsterek), Bank i Kredyt, nr 1, 2002, s. 4—12

97. Budowa i analiza właściwości modeli o równaniach łącznie współzależnych na przykładzie modelu WK 2000 (współautor: P. Karp), Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 135, 2002

98. Wage and Price Inflation in Poland in the Period of Transition — The Cointegration Analysis (współautor: M. Majsterek), w: W. Charemza, K. Strzała (red.), East European Transition and EU Enlargement, Physica-Verlag, Heidelberg 2002

99. Agregatowy model inflacji (współautorzy: R. Kelm, M. Majsterek), Przegląd Statystyczny, tom 49, nr 3, 2002, s. 15—31

100. Współczesne makroekonometryczne modele dynamiczne, Rector's Lectures, No. 55, Akademia Ekonomiczna w Krakowie, Kraków 2002

101. Potencjalne skutki wzrostu popytu konsumpcyjnego: analiza na podstawie modelu WK2000, w: Badania gospodarki polskiej. Stan bieżący i perspektywy, Prace i Materiały Instytutu Rozwoju Gospodarczego, nr 72, Szkoła Główna Handlowa, Warszawa 2002

102. The Structure and Use of the Long-term Econometric Model W8-D of the Polish Economy (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak, L. Sabanty), w: W. Welfe (red.), Macromodels 2001. Proceedings of the Twenty Eight International Conference, Absolwent, Łódź 2002

103. Makroekonometryczny model W8-2000 gospodarki narodowej Polski (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak, L. Sabanty), Studia Prawno-Ekonomiczne, tom 66, 2002, s. 131—158

104. Long-Run Relationships in the Transition Economy of Poland: An Application of SVEqCM, w: I. Klein, S. Mittnik (red.), Contribution to Modern

Economies. From data Analysis to Economic Policy, Kluwer, Dordrecht 2002

105. Wage and Price Inflation in Poland in the Period of Transition: The Cointegration Analysis (współautor: M. Majsterek), Economics of Planning, vol. 35, 2002, s. 205—219

106. Long-term Econometric Model W8-D of the Polish Economy — Its Main Properties (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak, L. Sabanty), w: A. Zeliaś (red.), Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych, Akademia Ekonomiczna, Kraków, 2003

107. Analiza związków długookresowych za pomocą wektorowych modeli korekty równowagą, w: A. Zeliaś (red.), Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych, Akademia Ekonomiczna, Kraków, 2003

108. Analiza mnożnikowa jako podstawa analizy skuteczności oddziaływania instrumentów polityki ekonomicznej (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 138, 2003

109. The W8-2000 Medium Term Macroeconometric Model of the Polish Economy (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak, L. Sabanty), w: W. Welfe, A. Welfe (red.), Macromodels'2002, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 2003

110. Nowe kierunki badań empirycznych — Nagroda Nobla w dziedzinie nauk ekonomicznych 2003, Wiadomości Statystyczne, nr 12, s. 19—24

111. Długookresowy makroekonometryczny model W-8 gospodarki narodowej Polski (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak, L. Sabanty), Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 141, 2003

112. Scenariusze rozwojowe gospodarki polskiej do 2006 r. w kontekście strategii gospodarczej rządu na lata 2002—2005, (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego, nr 137, 2003

113. The ADF-KPSS Test of the Joint Confirmation Hypothesis of Unit Autoregressive Root, (współautor: P. Kębłowski), Economics Letters, t. 85, nr 2, 2004, s. 257—263

114. Równania strukturalne modelu W8D w wersji zaktualizowanej (współautor: W. Welfe), w: W. Welfe (red.), Długookresowy makroekonometryczny model W8D-2002 gospodarki polskiej, Acta Universitatis Lodziensis, Folia Oeconomica, nr 172, Łódź 2004

115. Analiza kointegracyjna w modelowaniu gospodarki polskiej (współautorzy: P. Karp, P. Kębłowski), Ekonomista, 2005, nr 5, s. 645—658

116. Long-run Relationships Between Wages and Prices in the Polish Economy: An Application of SVEqCM (współautor: P. Kębłowski), w: W. Welfe, A. Welfe (red.), Macromodels 2004. Problems of Building and Estimation of Econometric Models, Acta Universitatis Lodziensis, Folia Oeconomica 190, Łódź 2005, s. 95—107, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 2005

117. Economic Growth: Hopes and Fears of the New Member States, w: C.B. Argentine (red.), L`allargamento da 15 a 25 paesi rafforzera l`unione europea, Giuffre, Milano 2005

118. Economic Growth: Hopes and Fears of the New Member States, w: A. Zadoja, W. Tarasewicz (red.) Ewropejskij wektor ekonomicznogo rozwitku (European Vector of Economic Development), Dniepropietrowskij Uniwersitet Ekonomiki Ta Prawa, Dniepropietrowsk 2005, s.143—150

119. Stationarity Testing and Error Correction Model for Censored Time Series (współautor: W. Grabowski), w: W. Welfe, A. Welfe (red.), Proceedings of the thirtieth second international conference Macromodels`2005, Chair of Econometric Models and Forecasts University of Łódź, Łódź 2006, s.169—181

120. Sprzężenie płacowo-cenowe z uwzględnieniem obciążeń podatkowych: wielowymiarowa analiza kointegracyjna, w: A. Zeliaś (red.), Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych, AE Kraków, Kraków 2006, s. 163—177

121. Are There Benefits from Trading Strategy Based on the Returns Spillovers to the Emerging Stock Markets? (współautor: J. Brzeszczyński), Emerging Markets Finance and Trade, t.43, nr 4/2007, s.74—92

122. Makroekonometryczne modele gospodarki opartej na wiedzy (współautor: W. Welfe), w: Welfe Władysław (red.), Gospodarka oparta na wiedzy, PWE, Warszawa 2007, s. 44—57

123. Price-wage System with Taxation: I(1) and I(2) Analysis (współautorzy: P. Kębłowski, M. Majsterek), w: W. Welfe, A. Welfe (red.), Proceedings of the 34-th Conference "Macromodels'07", Chair of Econometric Models and Forecasts, University of Łódź, 2008, s. 213—231

124. Macroeconometric models of the knowledge-based economy (współautor: W. Welfe), w: Władysław Welfe (red.) Knowledge-based Economies. Models and Methods, Peter Lang, Berlin, str. 49—64, 2009

125. Estimation of the equilibrium exchange rate: The CHEER approach (współautor: P.Kębłowski), Journal of International Money and Finance, t. 29, s. 1385—1397, 2010

Książki

1. Popyt i rynek w warunkach nierównowagi (współautor B. Suchecki), PWE, Warszawa 1988
2. Rynek w warunkach inflacji. Studium ekonometryczne, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 1990
3. Inflacja i rynek, PWE, Warszawa 1993
4. Ekonometria. Metody i ich zastosowanie, PWE, Warszawa 1995
5. Ekonometria stosowana (współautor W. Welfe), PWE, Warszawa 1996
6. Ekonometria. Zbiór zadań (współautorzy: W. Florczak, R. Kelm, G. Juszczak-Szumacher, M. Majsterek), PWE, Warszawa 1997
7. Ekonometria. Metody i ich zastosowanie, wyd. II — zmienione, PWE, Warszawa 1998
8. Principles of Macroeconometric Modeling (współautorzy: L. R. Klein, W. Welfe), North Holland, Amsterdam 1999
9. Gospodarka Polski w okresie transformacji. Zasady modelowania ekonometrycznego, (współautorstwo i redakcja naukowa), PWE, Warszawa 2000
10. Słownik terminów metod ilościowych (współautorzy: J. Brzeszczyński, M. Majsterek), PWE, Warszawa 2002
11. Makroekonometryczny, kwartalny model gospodarki Polski (współautorzy: P. Karp, R. Kelm), Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 2002
12. Ekonometria. Zbiór zadań (współautorzy: W. Florczak, R. Kelm, M. Majsterek), wyd. II — zmienione, PWE, Warszawa 2003
13. Ekonometria. Metody i ich zastosowanie, wyd. III — zmienione, PWE, Warszawa 2003
14. Ekonometria stosowana (współautor: W. Welfe), wyd. II — zmienione, PWE, Warszawa 2004
15. Scenariusze długookresowego rozwoju gospodarczego Polski, (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), Wydawnictwo UŁ, Łódź 2004
16. Mechanizmy makroekonomiczne w gospodarce polskiej (współautorzy: P. Karp, P. Kębłowski), Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 2006
17. Ekonometria. Metody i ich zastosowanie, PWE, Warszawa, wyd. IV zmienione, 2009
18. Ekonometria. Zbiór zadań (współautor: W. Grabowski), PWE, Warszawa 2010

Redakcja naukowa

1. Metody ilościowe w naukach ekonomicznych. Pierwsze Warsztaty Doktorskie z Zakresu Ekonometrii i Statystyki, SGH, Warszawa 2001

2. Modele i polityka makroekonomiczna, PWE, Warszawa 2002

3. Metody ilościowe w naukach ekonomicznych. Drugie Warsztaty Doktorskie z Zakresu Ekonometrii i Statystyki, SGH, Warszawa 2002

4. Metody ilościowe w naukach ekonomicznych. Trzecie Warsztaty Doktorskie z Zakresu Ekonometrii i Statystyki, SGH, Warszawa 2003

5. Macromodels'2002, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 2003

6. Scenariusze długookresowego rozwoju gospodarczego Polski, Wydawnictwo UŁ, Łódź 2004

7. New Directions in Macromodelling, Elsevier, Amsterdam 2004

8. Metody ilościowe w naukach ekonomicznych. Trzecie Warsztaty Doktorskie z Zakresu Ekonometrii i Statystyki, Warszawa 2004

9. Macromodels'2003 (współredaktor W. Welfe), Łódź 2004

10. Macromodels 2004. Problems of Building and Estimation of Econometric Models, (współredaktor W. Welfe), Acta Universitatis Lodziensis, Folia Oeconomica 190, Łódź 2005

11. Metody ilościowe w naukach ekonomicznych. Piąte Warsztaty Doktorskie z zakresu Ekonometrii i Statystyki, Wydawnictwo Szkoły Głównej Handlowej, Warszawa 2005

12. Procedings of the 32 International Conference Macromodels`2005, Kliczków 30.11—03.12.2005 (współredaktor W. Welfe), Chair of Econometric Models and Forecasts University of Łódź, Łódź 2006

13. Metody ilościowe w naukach ekonomicznych. Szóste Warsztaty Doktorskie z Zakresu Ekonometrii i Statystyki, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa 2006

14. Procedings of the 33 International Conference Macromodels`2006, Zakopane 29.11—02.12.2006 (współredaktor W. Welfe), Chair of Econometric Models and Forecasts University of Łódź, Łódź 2007

15. Metody ilościowe w naukach ekonomicznych. Siódme Warsztaty Doktorskie z Zakresu Ekonometrii i Statystyki, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa 2007

16. Proceedings of the 34-th International Conference Macromodels'2007 (współredaktor W. Welfe), Chair of Econometric Models and Forecasts University of Łódź, Łódź 2008

17. Metody ilościowe w naukach ekonomicznych. Siódme Warsztaty Doktorskie z Zakresu Ekonometrii i Statystyki, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa 2008

18. Modelling Economies in Transition. 35-th International Conference Macromodels'2008, (współredaktorzy: W. Welfe, P. Wdowiński), AMFET, 2009

Wybrane recenzje

1. T. Bołt, K. Krauze, T. Kulawczuk, Agregacja modeli ekonometrycznych, PWE, Warszawa 1985, Ekonomista, nr 2, 1986, s. 479—482; tłumaczenie angielskie w: Oeconomica Polona, nr 2, 1986, s. 277—278

2. W. Trockel, Market Demand. An Analysis of Large Economies with Non-Convex Preferences, Springer-Verlag, Berlin, 1984, Ekonomista, nr 3, 1986, s. 752—753

3. M. Lipiec-Zajchowska, Metody symulacji komputerowej w prognozowaniu ekonometrycznym, PWE, Warszawa 1988, Przegląd Statystyczny, tom 39, nr 3—4, 1992, s. 375—377

4. J. Tarajkowski, J. Wolniak, J. Polowczyk, Współczesna inflacja polska. Próba badania, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Poznań 1994, Przegląd Statystyczny, tom 42, nr 1, 1995, s. 129—131

5. J. Bauc, M. Belka, A. Czyżewski, A. Wojtyna, Inflacja w Polsce 1990-1995, Wydawnictwo Prywatnej Wyższej Szkoły Businessu i Administracji, Warszawa 1996

6. E. Nowak red., Prognozowanie gospodarcze. Metody, modele, zastosowania, przykłady, Agencja Wydawnicza PLACET, Warszawa 1998, Przegląd Statystyczny, tom 47, nr 1—2, 2000, s. 254—255

7. L. Zienkowski, Co to jest PKB? Jego rola w analizach ekonomicznych i prognozowaniu, Komitet Prognoz „Polska 2000 Plus", Elipsa, Warszawa 2001, Ekonomista, nr 1, 2002

Wybrane publikacje popularno-naukowe

1. Rynek w nadchodzących latach (współautor: J. Wymysłowski), Życie Gospodarcze, nr 16, 1988

2. Rynek po polsku. Prognoza (współautor: S. Narel), Gazeta Bankowa, nr 15, 1989

3. Droga do równowagi? (współautor: S. Narel), Gazeta Bankowa, nr 24, 1989

4. Dokąd prowadzi "niewidzialna ręka rynku"? (współautor: S. Narel), Gazeta Bankowa, nr 15, 1992

5. Krótka historia kursu walutowego (współautor: S. Narel), Gazeta Bankowa, nr 14, 1993

6. Spór o metodę, Wprost, nr 6, 1994

7. Dokąd zmierza świat?, Cash, nr 16, 1995

8. Krótkookresowa prognoza rozwoju gospodarczego Polski (współautorzy: W. Welfe, R. Kelm), Rzeczpospolita, nr 169, 1995

9. Ożywienie silniejsze od oczekiwań (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), Rzeczpospolita, nr 219, 1995

10. Gospodarka na wysokiej fali (współautorzy: W. Welfe, R. Kelm), Rzeczpospolita, nr 237, 1995

11. Rozwój szybszy od planowanego (współautorzy: W. Welfe, R. Kelm), Rzeczpospolita, nr 271, 1995

12. Więcej trudności, tempo wzrostu nadal wysokie (współautorzy: W. Welfe, R. Kelm), Rzeczpospolita, nr 111, 1996

13. Wzrost nadal szybki (współautorzy: W. Welfe, R. Kelm), Rzeczpospolita, nr 190, 1996

14. Perspektywy dalszego wzrostu (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), Rzeczpospolita, nr 219, 1996

15. Wzrost o 5.5 procent rocznie (współautorzy: W. Welfe, R. Kelm), Rzeczpospolita, nr 276, 1996

16. Najważniejsze będą inwestycje (współautorzy: W. Welfe, R. Kelm), Rzeczpospolita, nr 58, 1997

17. Wzrost ma charakter trwały (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), Rzeczpospolita, nr 90, 1997

18. Wzrost nadal szybki (współautorzy: W. Welfe, R. Kelm), Rzeczpospolita, nr 110, 1997

19. Szybkość bezpieczna, Nowe Życie Gospodarcze, nr 25, 1997

20. Ankiety studenckie: cele — zamierzenia — rezultaty, w: red. A. Buchner-Jeziorska, A. Boczkowski, Procedury i negocjacje, Omega-Praksis, Łódź 1996

21. Niedokończona lekcja, Rzeczpospolita, nr 159, 1997

22. Prognoza bez pułapek, Parkiet, nr 133, 1997

23. Dodatni bilans (współautor: W. Welfe), Rzeczpospolita, nr 171, 1997

24. Gospodarka po powodzi (współautorzy: W. Welfe, R. Kelm), Rzeczpospolita, nr 191, 1997; wersja angielska: The Coastal Times, nr 9, 1997

25. Wzrost mimo zniszczeń powodziowych (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), Rzeczpospolita, nr 275, 1997

26. Wzrost z zagrożeniami w tle (współautorzy: W. Welfe, R. Kelm), Rzeczpospolita, nr 22, 1998

27. Scenariusze wzrostu (współautor: W. Welfe), Nowe Życie Gospodarcze, nr 7, 1998

28. Dobre perspektywy, ale i zagrożenia (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), Rzeczpospolita, nr 87, 1998

29. Szybko i (dość) bezpiecznie do przodu (współautorzy: W. Welfe, R. Kelm), Rzeczpospolita, nr 127, 1998

30. Wzrost z zagrożeniami w tle (współautorzy: W. Welfe, R. Kelm), Rzeczpospolita, nr 183, 1998

31. Można oczekiwać długotrwałego wzrostu (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), Rzeczpospolita, nr 257, 1998

32. Skutki nazbyt mocnego chłodzenia (współautorzy: W. Welfe, R. Kelm), Rzeczpospolita, nr 12, 1999

33. Spadkowe tendencje — trwałe czy przejściowe (współautorzy: W. Welfe, R. Kelm), Rzeczpospolita, nr 94, 1999

34. Optymistyczny początek wieku (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), Rzeczpospolita, nr 154, 1999

35. Stagnacja czy ożywienie (współautorzy: W. Welfe, R. Kelm), Rzeczpospolita, nr 208, 1999

36. Ożywienie z opóźnieniem (współautorzy: W. Welfe, R. Kelm), Rzeczpospolita, nr 266, 1999

37. Najszybciej — przed wejściem do Unii, (współautorzy: W. Welfe, W. Florczak), Rzeczpospolita, nr 106, 2000

38. Powolne ożywienie (współautorzy: W. Welfe, R. Kelm), Rzeczpospolita, nr 219, 2000

39. Słabnące tendencje wzrostu (współautorzy: W. Welfe, R. Kelm), Rzeczpospolita, nr 85, 2001

40. Czy grozi nam kryzys gospodarczy? (współautorzy: W. Welfe, R. Kelm), Rzeczpospolita, nr 231, 2001

41. Nagroda rzetelnie zasłużona, Rzeczpospolita, nr 238, 2003

Wypromowani doktorzy:

Michał Majsterek (1996, UŁ; od 2009 doktor habilitowany),

Waldemar Florczak (1999, UŁ),

Janusz Brzeszczyński (1999, UŁ),

Robert Kelm (2000, UŁ),

Grażyna Utzig (2005, SGH),

Piotr Karp (2006, UŁ),

Joanna Maciejewska (2007, UŁ),

Michał Zienkiewicz (2007, SGH),

Tatiana Fic (2007, SGH),

Anna Staszewska (2008, SGH),

Piotr Kębłowski (2009, UŁ),

Joanna Bęza-Bojanowska (2009, SGH)

Stanisława BARTOSIEWICZ[1]

PROBLEMY POMIARU ZRÓWNOWAŻONEGO WZROSTU SPOŁECZNO-GOSPODARCZEGO

Każdy profesor, zwany niekiedy mistrzem powinien być szczęśliwy, jeżeli udało mu się wykształcić osobę, której wiedza osiąga wyższy stopień niż wiedza „mistrza". Tak tylko, bowiem zapewnia się postęp w nauce. Właśnie obchodzimy teraz jubileusz pięćdziesiątych urodzin profesora Aleksandra Welfego[2], który osiągnął ten wyższy stopień wiedzy.

Wprawdzie nie mogę w żadnej mierze nazwać się mistrzem Jubilata, ale miałam niejaki, niezbyt duży wpływ na Jego karierę naukową. Otóż w roku 1990 byłam dziekanem Wydziału Zarządzania i Informatyki Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu. Rada tego wydziału podjęła się przeprowadzenia procedury przewodu habilitacyjnego Jubilata, a ja byłam dodatkowo recenzentką Jego rozprawy habilitacyjnej oraz dorobku naukowego. W recenzji napisałam następujące zdania: „Dorobek naukowy dr A. Welfe jest wyraźnie monotematyczny. Dotyczy, bowiem problematyki modelowania rynku dóbr konsumpcyjnych w skali makro.... Ogółem A. Welfe legitymuje się 1 książką (współautor), 34 artykułami naukowymi, w tym 4 wydanymi za granicą, 3 opublikowanymi recenzjami książek oraz 3 popularnymi publikacjami. Jak na bardzo krótki staż habilitanta (pracuje bowiem dopiero od 1983 roku) jest to zaiste dorobek imponujący". Oceniając zaś Jego rozprawę pt. *Rynek w warunkach inflacji. Studium ekonometryczne* napisałam, że „za główną zaletę pracy uważam poszukiwania Autora prowadzące do uczynienia <nie obserwowalnego — obserwowalnym>. Dotyczy to przede wszystkim takich zmiennych, jak oszczędności wymuszone, popyt niezaspokojony, poziom nierównowagi. Oczywiście również zasadniczym walorem pracy jest konstrukcja modelu w jego najtrudniejszej warstwie, to jest identyfikacji więzi między zmiennymi ekonomicznymi. ... Do zalet pracy zaliczam także i tę, że skonstruowany, zweryfikowany i zastosowany (w prognozach) model ma charakter uniwersalny w tym sensie, iż może on znaleźć zastosowanie i wówczas, gdy inflacja stanie się normalna, kiedy zmaleją zjawiska oszczędności wymuszonych, popytu niezaspokojonego i nierównowagi". Uważam, że ten mój mały wkład

[1] Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu.

[2] Zwracam uwagę czytelników, że według biblii jubileuszem jest jedynie 50 lat i wielokrotność tej liczby. Mamy więc okazję uczczenia prawdziwego Jubilata w osobie profesora Aleksandra Welfego.

w rozwój Jubilata upoważnia mnie do skorzystania z Jego wiedzy (tym razem nie jako egzaminator, ale jako poszukująca wskazówek eksperta) i zadania mu pytań w zakresie mojego ostatniego hobby naukowego zasygnalizowanego w tytule artykułu. To hobby zaowocowało dotychczas pięcioma pozycjami literaturowymi. Cztery artykuły umieściłam w *Przeglądzie Statystycznym*[3], jeden znajdzie Czytelnik w *Zeszytach Naukowych Wyższej Szkoły Bankowej we Wrocławiu*[4].

Ponieważ mam taki niezbyt rozsądny zwyczaj natychmiastowego zapisywania swego pomysłu w artykule, a potem dopiero przemyśliwania nad jego treścią, to w wymienionych w odnośniku pozycjach mieszam dwa różne pojęcia: rozwój oraz wzrost, utożsamiając je ze sobą, chociaż nie są to przecież synonimy. W każdym razie informuję czytelników, że chodzi mi zawsze o **zrównoważony wzrost społeczno-gospodarczy.**

Przyszedł czas na zadawanie pytań. Odpowiedź na każde z pytań, które zadam będzie zapewne brzmiała: „tak", „nie" lub „być może". Zakładam, że Jubilat nie odpowie nigdy „nie wiem". Odpowiedzi „nie" i „być może" wywołają dyskusję, bo ich autor musiałby powiedzieć, dlaczego się nie zgadza i przedstawić swój pogląd na sprawę, o którą pytam.

Poeta Tadeusz Różewicz napisał we wierszu pt. *Tempus fugit (opowieść)* takie zdanie: „dla mnie Ziemia była i jest centrum Kosmosu"[5]. Ja zaś dodałam do powyższego zdania swoje: centrum Ziemi jest człowiek, rozumiany jako członek ludzkiej społeczności żyjącej teraz, potem i zawsze, aż do końca świata i jeden dzień dłużej — jak mówi Jerzy Owsiak. Oto pierwsze pytanie skierowane do Jubilata:

1) Czy Jubilat się ze mną zgadza?

Załóżmy, że Jubilat przyzna mi rację. Wtedy postawię mu drugie pytanie:

2) Czy należy — wobec odpowiedzi <tak> na pytanie pierwsze — zadbać o jednakowe szanse dla każdego człowieka rozumianego, jak wyżej, na dobrą jakość życia (mówiąc z przesadą na szczęście)?

Znowu oczekuję odpowiedzi <tak>. Jeżeli będzie ona taka, jak oczekuję, to trzecie pytanie zabrzmi:

3) Czy dobrą jakość życia człowiekowi, jako stworzeniu żyjącemu w zorganizowanych społeczeństwach, należy zapewnić poprzez możliwie jak najdłuższy

---

[3] Bartosiewicz S.: *O pewnej zapomnianej i niewykorzystywanej metodzie należącej do procedur wielowymiarowej analizy porównawczej*, Przegląd Statystyczny nr 3, 2007, s. 57.
Bartosiewicz S.: *Próby ustalenia punktu wzorcowego i antywzorcowego dla konstrukcji ścieżki proporcjonalnego rozwoju*, Przegląd Statystyczny nr 3, 2007, s. 15—25.
Bartosiewicz S.: *Konstrukcja i wykorzystanie wskaźników mierzących stopień zakłócenia proporcjonalności rozwoju*, Przegląd Statystyczny nr 4, 2007, s. 5—18.
Bartosiewicz S.: *Jeszcze raz o proporcjonalnym wzroście społeczno-gospodarczym*, Przegląd Statystyczny nr 4, 2008, s. 24—27.

[4] Bartosiewicz S.: *O zrównoważonym wzroście społeczno-gospodarczym*, Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Bankowej we Wrocławiu, nr 11 Wrocław, *2009*, s. 7—13.

[5] Różewicz T.: Wyjście. Wydawnictwo Dolnośląskie, Wrocław 2004, wiersz: *Tempu fugit (opowieść) s.* 65—76, cytat ze s.70.

okres ***stabilizacji****, a podstawowym warunkiem stabilizacji jest* ***umiar*** *w żądaniach zaspokojenia potrzeb?*

Odpowiedź <tak> pozwala na postawienie czwartego, piątego i szóstego pytania;

4) Ponieważ poziom jakości życia jest pojęciem złożonym w tym sensie, że daje się opisać tylko za pomocą wielu charakterystyk, to czy stabilizacja następuje wtedy, kiedy te wybrane charakterystyki (cechy) pozostają ze sobą w ***stałych proporcjach****?*

5) Czy wybrane charakterystyki powinny należeć do ***szeroko rozumianej infrastruktury****?*

6) Czy poniższe wyliczenie cech infrastrukturalnych wraz z komentarzem Jubilatowi odpowiada?

> poziom zamożności społeczności ludzkiej (np. PKB na głowę ludności, a zwłaszcza ta jego część, która jest w bezpośredniej dyspozycji ludności wraz z podstawowymi czynnikami wpływającymi pozytywnie na jej wielkość);

> poziom zdrowia społeczeństwa;

> jakość edukacji;

> zapewnienie bezpieczeństwa;

> ochrona środowiska;

> stan rynku pracy:

> szanse odpoczynku;

> zapewnienie korzystania z kultury

> poziom szeroko rozumianej komunikacji.

„Powinnam tu napisać, jak się mówiło kończąc spowiedź <więcej grzechów nie pamiętam>"[6] . W cytowanym w przypisie 4 artykule po każdej pokazanej wyżej pozycji podane są nazwy charakterystyk opisujących wymienione pojęcia. Ze względu na stosowane przeze mnie metody mierzenia zrównoważonego **wzrostu** wszystkie charakterystyki muszą mieć właściwości stymulant, tj. im ich wartości są większe, tym lepiej. Stąd np. taką charakterystykę rynku pracy, jak stopa bezrobocia, trzeba zastąpić stopą aktywności zawodowej.

Znowu — jeżeli odpowiedź na pytanie szóste brzmi <tak>, zadaję pytanie następne, które uzupełnia pytanie czwarte, gdzie mówiło się o stałych proporcjach między wybranymi cechami. Ponieważ wybrane cechy powinny zachowywać stałe, lecz nie dowolne proporcje, ale takie, które zapewnią pożądany przez społeczeństwo zrównoważony wzrost społeczno-gospodarczy, to powinny one być podobne do proporcji wzorcowych. I tu najważniejsze pytanie:

7) Skąd wziąć wzorzec?

W odpowiedzi na to pytanie oczekiwałabym różnych propozycji. Sama ich poszukiwałam i próbowałam zastosować, ale nie jestem zadowolona z rezultatów tych poszukiwań. Ostatnio uważam, że wzorzec mógłby pochodzić z obiektu, kraju ludzi zadowolonych z tego, co mają. Mamy takie kraje w Europie, są to

---

[6] Cytat pochodzi z pozycji (ze s.10—11) wymienionej w przypisie 4.

kraje skandynawskie, przede wszystkim Dania. Ostatnio w czasopiśmie *Przegląd* przeczytałam bardzo interesujący artykuł (patrz odnośnik) o „szczęśliwej Norwegii"[7]. Proszę, więc Jubilata, aby odniósł się do tego mojego ostatniego pomysłu dotyczącego przyjmowania wzorca zrównoważonego wzrostu społeczno-gospodarczego.

Mogłabym zapytać jeszcze o wiele drobiazgów, ale sądzę, że naszemu Jubilatowi zamiast prezentu dałam już dosyć roboty. Sądzę, że profesor Aleksander Welfe mógłby teraz wziąć rewanż na pytającej zgłaszając następującą poważną wątpliwość: *Co z tego, że uzgodnimy poglądy na temat pomiaru stopnia zrównoważonego wzrostu np. w Polsce w porównaniu z obranym po dyskusji sposobie tworzenia wzorca? Naprawdę chodzi przecież o to, aby zapewnić społeczeństwu polskiemu „szczęście" , które w równej mierze zależy od zachowania się społeczeństwa, jak i od tych, którzy o stworzeniu warunków dla właściwych proporcji między cechami szeroko rozumianej infrastruktury mają decydować? Wiadomo na razie tylko, że trzeba* ***do wzorca dążyć****, ale nie wiadomo* ***jak.***

Na tak postawione mi pytanie odpowiem zgodnie z tym, co napisałam na początku artykułu „na razie nie wiem". Myślę, że odpowiedź znajdzie nasz Jubilat. Ale pozwolę sobie na kilka refleksji na ten temat. Żyjemy w ustroju demokratycznym, który — mimo, że nie wymyślono lepszego — jest ustrojem uciążliwym w tym sensie, że primo — wybieramy rządzących na zasadzie większości, a więc nie mamy gwarancji, że wybieramy właściwych (stosowanie zasady większości powoduje, że wynik wyboru zależy od ilorazu inteligencji społeczeństwa, który to iloraz według moich długoletnich obserwacji oraz powstałego na tym tle subiektywnego prawdopodobieństwa ma rozkład niesymetryczny — niestety — prawoskośny), secundo, rzadko mamy do czynienia ze społeczeństwem obywatelskim, to jest takim, które zgodzi się na wymieniony wyżej w moim artykule **umiar** w żądaniach zaspokajania jego potrzeb, a równocześnie zechce **minimalizować** swój wysiłek skierowany na tzw. dobro wspólne. Społeczeństwo jako całość nie zdaje sobie bowiem sprawy, że według zasady gospodarności nie można równocześnie maksymalizować efektów i minimalizować kosztów. W demokracji trudno nakazać Kowalskiemu, czy Kwiatkowskiemu, żeby postępował tak, jak tego chcą wybrani przez obywateli rządzący. Trzeba tym Kowalskim stworzyć odpowiednie zachęty do właściwego zachowania się, a przed tym jeszcze uzyskać na drodze długich i żmudnych konsultacji zgodę wybranej większości ustawodawczej na przyjęcie odpowiedniego kompromisu. Roboty więc jest co niemiara. Potrzebne są przeto **mądre władze** i **obywatelskie społeczeństwo.** Społeczeństwo można by nauczać skutecznie chyba tylko w innym ustroju — ustroju oświeconego absolutyzmu. Ale skąd i jak znaleźć „oświeconego absoluta", To, co napisałam w ostatnim zdaniu, to taka bajeczka dla dorosłych, inaczej mówiąc — utopia. Doświadczenie historyczne uczy, bowiem, że nawet oświecony władca absolutny zamienia się po jakiś czasie w tyrana. Wobec tego trzeba władzom,

---

[7] Kapiszewski K., *Ziemia obiecana leży na północy* Przegląd nr 17 z 3 maja 2010.

jakie by one nie były, podpowiedzieć, jakich użyć determinant, by cel zmierzania ku wzorcowi reprezentującemu „szczęście społeczności" był stopniowo spełniany. I ta podpowiedź powinna nadejść od Jubilata.

Teraz już naprawdę zbliża się koniec moich rozważań. Została mi tylko przyjemność złożenia szczerych i serdecznych życzeń dalszych sukcesów na niwie nauki i w życiu osobistym oraz stu lat, aby profesor Aleksander Welfe mógł znowu obchodzić prawdziwy „biblijny" jubileusz.

Literatura:

1. Bartosiewicz S. (2008): *Jeszcze raz o proporcjonalnym wzroście społeczno-gospodarczym,* Przegląd Statystyczny nr 4.

2. Bartosiewicz S. (2007): *Konstrukcja i wykorzystanie wskaźników mierzących stopień zakłócenia proporcjonalności rozwoju,* Przegląd Statystyczny nr 4.

3. Bartosiewicz S. (2007): *O pewnej zapomnianej i niewykorzystywanej metodzie należącej do procedur wielowymiarowej analizy porównawczej,* Przegląd Statystyczny nr 3.

4. Bartosiewicz S. (2009): *O zrównoważonym wzroście społeczno-gospodarczym,* Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Bankowej we Wrocławiu, nr 11 Wrocław.

5. Bartosiewicz S. (2007): *Próby ustalenia punktu wzorcowego i antywzorcowego dla konstrukcji ścieżki proporcjonalnego rozwoju,* Przegląd Statystyczny nr 3.

6. Kapiszewski K. (2010): *Ziemia obiecana leży na północy* Przegląd nr 17 z 3 maja.

7. Różewicz T. (2004): *Wyjście*, Wydawnictwo Dolnośląskie, Wrocław.

Małgorzata DOMAN[8], Ryszard DOMAN[9]

MODELOWANIE ZALEŻNOŚCI POMIĘDZY NOTOWANIAMI GIEŁDOWYMI O RÓŻNYCH WZORCACH DNI BEZ SESJI

1. Wprowadzenie

Modelowanie zależności pomiędzy stopami zwrotu z różnych instrumentów finansowych należy do najważniejszych zadań ekonometrii finansowej i jest związane bezpośrednio z potrzebami zgłaszanymi przez zarządzających ryzykiem portfeli. Umiejętność oceny, jak dalece różni się dynamika składników portfela, jest kluczowa w procesie optymalizacji portfela i kontroli przyszłego związanego z nim ryzyka. Nic więc dziwnego, że w licznych ośrodkach badawczych na świecie powstają coraz to nowe i bardziej skomplikowane od strony ekonometrycznej metody modelowania i prognozowania zależności, w szczególności kowariancji i korelacji.

W nowoczesnym podejściu do modelowania rynków finansowych uwzględnia się wpływ strumienia nowych informacji na wszystkie wielkości charakteryzujące dynamikę cen. W języku ekonometrii oznacza to rozważanie rozkładów zmiennych warunkowanych zbiorami dostępnych informacji. Zatem w nowoczesnej teorii optymalizacji portfela i zarządzania jego ryzykiem stosuje się kowariancje i korelacje warunkowe. Modelowanie tych wielkości jest oczywiście znacznie trudniejsze niż modelowanie zależności bezwarunkowych. Wymaga większego nakładu pracy i bardziej zaawansowanych technik ekonometrycznych.

Myśląc o modelowaniu zależności należy jednak zwrócić uwagę na fakt, że stosowanie skomplikowanych modeli nie zawsze musi prowadzić do sukcesu, jeśli jednocześnie nie uwzględnia się charakteru i specyfiki danych, do opisu których te modele są wykorzystywane. Staranne przygotowanie danych jest bardzo ważnym etapem każdej procedury modelowania. Szczególnego znaczenia nabiera jednak wtedy, gdy rozważamy szeregi pochodzące z narodowych rynków kapitałowych różniących się czasem funkcjonowania, zarówno tym określonym otwarciem i zamknięciem sesji giełdowej, jak i układem dni bez sesji, zdeterminowanym przez obowiązujący w danym kraju harmonogram świąt i dni wolnych od pracy. Modelowanie zależności wymaga starannej synchronizacji obserwacji. Zaniechanie tego może prowadzić do generowania zależności pozornych.

[8] Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu.
[9] Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu.

W praktyce stosuje się wiele różnych metod synchronizacji obserwacji. Generalnie stanowią one kombinacje trzech podstawowych możliwości: usunięcia niezgodnych obserwacji, pozostawienia ceny na niezmienionym poziomie w przypadku braku nowej obserwacji, albo uzupełnienia brakującej ceny za pomocą aproksymacji wykorzystując obserwacje sąsiednie.

Przedstawione tu rozważania oparte są na analizie symulacyjnej przeprowadzonej przy założeniu, że prawdziwy proces zależności mierzonych przez współczynniki korelacji warunkowych modelowany jest przez diagonalny model BEKK, który należy do najbardziej znanych, wielowymiarowych modeli z rodziny GARCH. Generujemy długie szeregi obserwacji za pomocą tego modelu, przekształcamy je uwzględniając kalendarze sesyjne stosowane na rzeczywistych giełdach i w ten sposób otrzymujemy luki w obserwacjach. Do tych szeregów stosujemy siedem najbardziej popularnych metod wyrównywania obserwacji, a następnie na tak zmodyfikowanych danych ponownie szacujemy diagonalne modele BEKK. Oceny oszacowań korelacji warunkowych w próbie i prognoz na dni sesyjne dokonujemy za pomocą metodologii zbioru ufności modeli bazującej na zaawansowanych technikach statystycznych.

2. Efekt „dni bez handlu" w modelowaniu zależności

Wpływ luk w obserwowanych danych na ocenę statystycznych własności rozważanych szeregów czasowych jest dość dobrze opisany w literaturze na temat modelowania zależności liniowych i zmienności. Zmiany cen na rynkach finansowych następują w wyniku napływu nowych informacji. Można oczekiwać, że po okresie, kiedy rynek jest zamknięty i informacje kumulują się, nastąpi gwałtowna zmiana ceny, co powtarzane przy każdym weekendzie, w długim szeregu czasowym wywoła efekt asymetrii (Asai i McAleer 2007). Istnieją jednak opinie, że w czasie, kiedy rynki są zamknięte, informacja kumuluje się wolniej niż wtedy, gdy trwa aktywny handel (Fama 1965, French i Roll 1986). Zwykle, bezwzględne wartości stóp zwrotu na rynkach kapitałowych po weekendzie są jednak wyższe (Doman i Doman 2009), a ignorowanie występowania tego zjawiska prowadzi do uzyskiwania obciążonych oszacowań zmienności (Bollerslev i in. 1994). Niektórzy badacze proponują więc rozszerzanie modeli zmienności przez wprowadzanie sztucznych zmiennych przyjmujących wartość 1 po dniu bez handlu i 0 w pozostałych przypadkach (Kiymaz i Berument 2003, Asai i McAleer 2007). W literaturze poświęconej mikrostrukturze rynku dobrze znany jest efekt pozornych autokorelacji w stopach zwrotu spółek giełdowych będący wynikiem niesynchroniczności handlu (Lo i Mac Kinlay 1990, Tsay 2005).

Literatura na temat wpływu dni bez handlu na modelowanie zależności nie jest jeszcze bardzo obszerna. W zakresie modelowania mikrostruktury rynku opisane jest zjawisko pozornych korelacji pomiędzy śróddziennymi zwrotami spółek giełdowych, wynikającymi z niesynchroniczności handlu i różnic w płynności spółek (Lo i Mac Kinlay 1990, Tsay 2005). Podobne rezultaty dla danych dziennych opisują Garcia Blandón (2001), Bessembinder i Hertzel (1993) oraz Clare i in.

(2002). Badania te zwykle dotyczą korelacji bezwarunkowych bądź koncentrują się na efektach związanych z dniami tygodnia. Jednak pierwszym i bardzo podstawowym problemem, na który napotyka badacz podejmujący się modelowania zależności pomiędzy różnymi rynkami giełdowymi, jest pytanie o właściwy sposób przygotowania danych do takiej analizy. Poszczególne rynki różnią się bowiem od siebie układem dni bez sesji, co powoduje, że szeregi dziennych obserwacji nie są zgodne. Modelowanie zależności wymaga synchronizacji obserwacji, co oznacza albo usunięcie obserwacji nieposiadających odpowiedników w drugim szeregu, albo uzupełnienie brakujących notowań za pomocą aproksymacji opartej na notowaniach dostępnych. Każdy z tych zabiegów zniekształca jednak modelowane dane. Powstaje także pytanie o to, czy w przypadku usunięcia stopy zwrotu z szeregu obserwacji należy następnie wprowadzać sztuczną zmienną wychwytującą wpływ skumulowania informacji na siłę powiązań.

W prezentowanym w punkcie 6 badaniu symulacyjnym rozważamy wpływ występowania dni bez handlu na dynamikę korelacji warunkowych opisanych za pomocą wielowymiarowego modelu z rodziny GARCH — diagonalnego modelu BEKK opisanego w punkcie 3. Do dwóch szeregów cen o długości odpowiadającej liczbie dni w okresie 10 lat kalendarzowych, symulowanych za pomocą modelu, stosujemy kalendarze giełdowe z Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie (WSE) i Tokijskiej Giełdy Papierów Wartościowych (TSE). Wybór tych dwóch giełd jest związany ze szczególnie niekorzystnym układem świąt w Polsce i Japonii, który powoduje powstawanie długich ciągów dni bez notowań na jednej lub na drugiej giełdzie. Na przykład na przełomie maja i kwietnia w krajach tych występują liczne, nieregularnie rozłożone święta. Jak widać na rysunkach 1 i 2, stosowanie do szeregów cen z tych dwóch giełd prostej metody usuwania niezgodnych obserwacji może doprowadzić do utraty informacji kolejno z 5—6 dni. Najgorszy przypadek, jaki można uzyskać w przypadku tych dwóch giełd, to utrata informacji z 9 kolejnych dni.

Maj 2009	1	2	3	4	5	6
TSE						
WSE		Sobota	Niedziela			

Rysunek 1. Dni bez sesji (kolor szary) na Warszawskiej Giełdzie Papierów Wartościowych i Tokijskiej Giełdzie Papierów Wartościowych w maju 2009.

Maj 2010	1	2	3	4	5
TSE					
WSE	Sobota	Niedziela			

Rysunek 2. Dni bez sesji (kolor szary) na Warszawskiej Giełdzie Papierów Wartościowych i Tokijskiej Giełdzie Papierów Wartościowych w maju 2010.

Sporo wątpliwości przy przygotowywaniu danych do szacowania korelacji warunkowych wywołuje przypadek przedstawiony na rysunku 3. Powstaje pytanie, czy w takiej sytuacji należy potraktować obserwacje z 2. i 3. dnia jako pochodzące z tego samego czasu, usunąć je, czy aproksymować?

	1	2	3	4	5
TSE					
WSE					

Rysunek 3. Wzorzec mijających się dni bez sesji (kolor szary) na dwóch giełdach.

3. Model BEKK

Rozważmy wielowymiarowy szereg zwrotów $\mathbf{r}_t = (r_{1,t},\ldots,r_{k,t})'$. Podobnie jak w przypadku jednowymiarowym, $\mathbf{r}_t$ możemy przedstawić w postaci dekompozycji

$$\mathbf{r}_t = \boldsymbol{\mu}_t + \mathbf{y}_t, \tag{1}$$

gdzie $\boldsymbol{\mu}_t = E(\mathbf{r}_t|\Omega_{t-1})$ jest warunkową wartością oczekiwaną wektora $\mathbf{r}_t$ pod warunkiem zbioru informacji Ω_{t-1}, dostępnych do momentu $t-1$ włącznie, a $\mathbf{y}_t = (y_{1,t},\ldots,y_{k,t})'$.

Ogólny k-wymiarowy model GARCH dla procesu $\mathbf{y}_t$ jest dany przez równanie

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{H}_t^{1/2}\boldsymbol{\varepsilon}_t, \tag{2}$$

gdzie $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ jest k-wymiarowym procesem niezależnych zmiennych losowych o zerowej średniej i identycznościowej macierzy kowariancji: $\boldsymbol{\varepsilon}_t \sim \mathrm{iid}(\mathbf{0},\mathbf{I}_k)$, a $\mathbf{H}_t^{1/2}$ jest taką macierzą dodatnio określoną, że $\mathbf{H}_t^{1/2}(\mathbf{H}_t^{1/2})' = \mathbf{H}_t$. W szczególności $\mathbf{H}_t^{1/2}$ może być symetrycznym pierwiastkiem kwadratowym macierzy $\mathbf{H}_t$ otrzymanym za pomocą diagonalizacji i pierwiastkowania wyrazów na przekątnej lub macierzą otrzymaną za pomocą faktoryzacji Cholesky'ego (zob. Tsay 2005). Zatem

$$E(\mathbf{y}_t|\Omega_{t-1}) = \mathbf{0} \quad \text{i} \quad E(\mathbf{y}_t\,\mathbf{y}_t'|\Omega_{t-1}) = \mathbf{H}_t \tag{3}$$

Konkretny wielowymiarowy model GARCH jest określony przez specyfikację parametryzacji macierzy kowariancji warunkowej $\mathbf{H}_t$. W literaturze przedmiotu

znane są rozmaite takie parametryzacje różniące się pod wieloma względami. Jednym z aspektów zróżnicowania jest ogólność specyfikacji.

Engle i Kroner (1995) zaproponowali parametryzację modelu, z postaci której bezpośrednio wynika dodatnia określoność macierzy $\mathbf{H}_t$. Odpowiedni model nosi nazwę BEKK od nazwisk: Baba, Engle, Kraft, Kroner, autorów pracy (Baba i in. 1991). Model BEKK(p,q,K) zdefiniowany jest za pomocą równania

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{C}'\mathbf{C} + \sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{q}\mathbf{A}'_{ji}\mathbf{y}_{t-j}\mathbf{y}'_{t-j}\mathbf{A}_{ji} + \sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{p}\mathbf{G}_{ji}\mathbf{H}_{t-j}\mathbf{G}'_{ji}, \tag{4}$$

gdzie $\mathbf{C}$, $\mathbf{A}_{ji}$, $\mathbf{G}_{ji}$ są macierzami wymiaru $k \times k$, przy czym $\mathbf{C}$ jest macierzą górną trójkątną. W najprostszym przypadku modelu BEKK(1,1,1) liczba parametrów ARCH i GARCH wynosi $\frac{k(5k+1)}{2}$. W celu zmniejszenia liczby szacowanych parametrów rozważa się dwie uproszczone wersje tego modelu: diagonalny model BEKK (Diag-BEKK), w którym przyjmuje się, że macierze $\mathbf{A}_{ji}$ oraz $\mathbf{G}_{ji}$ są diagonalne lub skalarny model BEKK (Scalar-BEKK), w którym wszystkie elementy macierzy $\mathbf{A}_{ji}$ są sobie równe i taki sam warunek spełnia macierz $\mathbf{G}_{ji}$.

Specyfikacja dwuwymiarowego diagonalnego modelu BEKK(1,1) ma więc postać

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} \\ h_{12,t} & h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 \\ c_{12} & c_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ 0 & c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon^2_{11,t+1} & \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}\varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon^2_{22,t+1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} +$$
$$+ \begin{bmatrix} g_{11} & 0 \\ 0 & g_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} h_{11,t-1} & h_{12,t-1} \\ h_{12,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} g_{11} & 0 \\ 0 & g_{22} \end{bmatrix}.$$

(5)

Z powyższego równania dostajemy równania wariancji warunkowych:

$$h_{11,t} = c^2_{11} + a^2_{11}\varepsilon^2_{1,t-1} + g^2_{11}h_{11,t-1} \tag{6a}$$

$$h_{22,t} = c^2_{12} + c^2_{22} + a^2_{22}\varepsilon^2_{2,t-1} + g^2_{22}h_{22,t-1} \tag{6b}$$

oraz równanie kowariancji warunkowych

$$h_{12,t} = c_{11}c_{12} + a_{11}a_{22}\varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} + g_{11}g_{22}h_{12,t-1}\,. \tag{7}$$

8. Test nadrzędnej zdolności prognostycznej

Celem testowania nadrzędnej zdolności prognostycznej (*Superior Predictive Ability*, SPA) jest sprawdzenie, czy wzorcowy model prognostyczny nie jest gorszy od alternatywnych modeli prognostycznych. Podstawy teoretyczne porównywania wielu modeli prognostycznych oraz testowania SPA przedstawione po raz pierwszy w pracy White'a (2000), zostały udoskonalone przez Hansena (2001, 2005).

Niech h_t, $t = 0, 1, \ldots, n$, będą zmiennymi prognozowanymi za pomocą $m+1$ różnych modeli prognostycznych indeksowanych liczbami $k = 0, 1, \ldots, m$, oraz niech $\hat{h}_{i,t}$ oznacza prognozę punktową zmiennej h_t otrzymaną za pomocą modelu i. Model z indeksem 0 traktowany jako model wzorcowy. Do oceny jakości prognoz stosowana jest ustalona funkcja straty, $L(h_t, \hat{h}_{k,t})$. W prezentowanych przez nas badaniach empirycznych jest to kwadratowa funkcja straty, $L(h_t, \hat{h}_{k,t}) = (h_t - \hat{h}_{k,t})^2$. Względna strata zdefiniowana jest jako

$$d_{k,t} = L(h_t, \hat{h}_{0,t}) - L(h_t, \hat{h}_{k,t}). \tag{8}$$

Hipoteza zerowa testu SPA stwierdza, że model wzorcowy nie jest gorszy od żadnego z modeli alternatywnych w rozważanym zbiorze. Ma ona zatem następującą postać:

$$H_0: \ \mu_k = E[d_{k,t}] \leq 0, \quad k = 1, \ldots, m. \tag{9}$$

W teście SPA mamy więc do czynienia ze złożoną hipotezą zerową, a model k jest lepszy od modelu wzorcowego wtedy i tylko wtedy, gdy $E(d_{k,t}) > 0$.

Hansen (2001, 2005) definiuje statystykę testową testu SPA jako:

$$T_n^{\mathrm{SPA}} = \max\left[\max_k \frac{n^{1/2}\bar{d}_k}{\hat{\sigma}_k}, 0\right], \tag{10}$$

gdzie $\bar{d}_k = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} d_{k,t}$, a $\hat{\sigma}_k^2$ jest zgodnym estymatorem wariancji $\sigma_k^2 = \mathrm{var}(n^{1/2}\bar{d}_k)$.

Rozkład statystyki testu SPA przy założeniu hipotezy zerowej ($\mu_k \leq 0$ dla wszystkich k) nie jest standardowy. Do aproksymacji dystrybuanty rozkładu sta-

tystyki T_n^{SPA} stosowany jest bootstrap stacjonarny Politisa i Romano (1994). Za pomocą metod bootstrapowych wyznacza się również p-wartości testu SPA (Hansen 2005).

9. Zbiór ufności modeli

Metoda zbioru ufności modeli (*Model Confidence Set*, MCS) została wprowadzona w artykule Hansena i in. (2003). Procedura MCS pozwala utworzyć zbiór modeli prognostycznych, który będzie zawierał model najlepszy, na danym poziomie ufności. Przewaga metody MCS nad metodą SPA polega na tym, że nie trzeba w niej wskazywać modelu wzorcowego oraz że metoda ta bazuje na testowaniu hipotez prostych.

Rozważmy zbiór M_0 zawierający skończoną liczbę modeli prognostycznych indeksowanych przez liczby $i \in \{1,\ldots,m\}$. Przy zachowaniu oznaczeń z poprzedniego punktu, zbiór modeli najlepszych zdefiniowany jest następująco:

$$M^* = \{i \in M_0 : E(d_{ij,t}) \leq 0\}, \text{ dla wszystkich } j \in M_0, \tag{11}$$

gdzie $d_{ij,t} = L(h_t, \hat{h}_{i,t}) - L(h_t, \hat{h}_{j,t})$ jest względną stratą.

Celem procedury MCS jest wyznaczenie zbioru M^*. Dokonuje się tego za pomocą ciągu testów istotności, w wyniku których obiekty istotnie gorsze od pozostałych elementów zbioru M_0 są eliminowane. Testowane hipotezy zerowe mają następującą postać:

$$H_{0,M}: E(d_{ij,t}) = 0 \text{ dla wszystkich } i, j \in M, \tag{12}$$

gdzie $M \subset M_0$. Prawdziwość hipotezy zerowej oznacza, że modele w zbiorze M mają jednakowe, co do wartości oczekiwanej, funkcje straty. Hipoteza alternatywna, $E(d_{ij,t}) \neq 0$ dla pewnych $i, j \in M$, oznaczana jest przez $H_{A,M}$.

Procedura MCS opiera się na teście równoważności, δ_M, oraz regule eliminacji, e_M. Test równoważności, δ_M, stosowany jest do testowania hipotezy $H_{0,M}$, dla dowolnego $M \subset M_0$, a reguła e_M pozwala zidentyfikować obiekt, który ma być usunięty z M, jeśli hipoteza $H_{0,M}$ jest odrzucona.

Algorytm konstruowania zbioru MCS ma postać:

1. Przyjmujemy $M = M_0$.
2. Testujemy $H_{0,M}$ na poziomie istotności α, za pomocą testu δ_M.
3. Jeśli hipoteza $H_{0,M}$ nie jest odrzucona, definiujemy $\hat{M}^*_{1-\alpha} = M$. W przeciwnym wypadku, stosujemy regułę e_M, aby wyeliminować obiekt ze zbioru M i powtarzamy procedurę, zaczynając od kroku 1.

Eliminacja elementu ze zbioru M w przypadku odrzucenia hipotezy zerowej $H_{0,M}$ przebiega następująco. Definiujemy względną stratę dla modelu i w porównaniu ze średnią dla pozostałych modeli ze zbioru M wzorem $\bar{d}_{i\cdot} \equiv \frac{1}{m}\sum_{j\in M}\bar{d}_{ij}$, gdzie $\bar{d}_{ij} \equiv \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} d_{ij,t}$, oraz przyjmujemy, że najgorszym modelem z M, który będzie wyeliminowany z M, jest model z indeksem $i^+ = \arg\max_{i\in M} \frac{\bar{d}_{i\cdot}}{\sqrt{\hat{\mathrm{var}}(\bar{d}_{i\cdot})}}$.

Zbiór $\hat{M}^*_{1-\alpha}$ składający się z tych modeli, które nie zostały wyeliminowane w wyniku zastosowania opisanej procedury, nosi nazwę *zbioru ufności modeli,* na poziomie ufności $1-\alpha$.

W pracach Hansena i in. (2003, 2005) rozważane są różne statystyki testowe, które mogą być stosowane w metodzie MCS. W prezentowanych badaniach empirycznych stosowana jest statystyka

$$T_D \equiv \sum_{i\in M} t_{i\cdot}^2, \tag{13}$$

gdzie $t_{i\cdot} = \frac{\bar{d}_{i\cdot}}{\sqrt{\hat{\mathrm{var}}(\bar{d}_{i\cdot})}}$, a $\hat{\mathrm{var}}(\bar{d}_{i\cdot})$ jest oszacowaniem wariancji $\mathrm{var}(\bar{d}_{i\cdot})$.

Nie ma ona rozkładu standardowego, ale podobnie jak w wypadku testu SPA, metody bootstrapowe zaproponowane przez Politisa i Romano (1994) pozwalają aproksymować ten rozkład i wyznaczać p-wartości. Ponadto, jeśli oznaczymy przez M^+ zbiór modeli „gorszych":

$$M^+ \equiv \{i \in M_0 : E(d_{ij,t}) > 0\}, \text{ dla pewnych } j \in M_0, \tag{14}$$

to zbiór $\hat{M}^*_{1-\alpha}$ ma następujące własności uzasadniające nazwę „zbiór ufności":

1. $\lim_{n\to\infty} P\left(M^* \subset \hat{M}^*_{1-\alpha}\right) \geq 1-\alpha$.
2. $\lim_{n\to\infty} P\left(i^+ \in \hat{M}^*_{1-\alpha}\right) = 0$ dla $i^+ \in M^+$.
3. Jeśli zbiór M^* jest jednoelementowy, $M^* = \{i^*\}$, to $\lim_{n\to\infty} P\left(M^* = M^*_{1-\alpha}\right) = 1$.

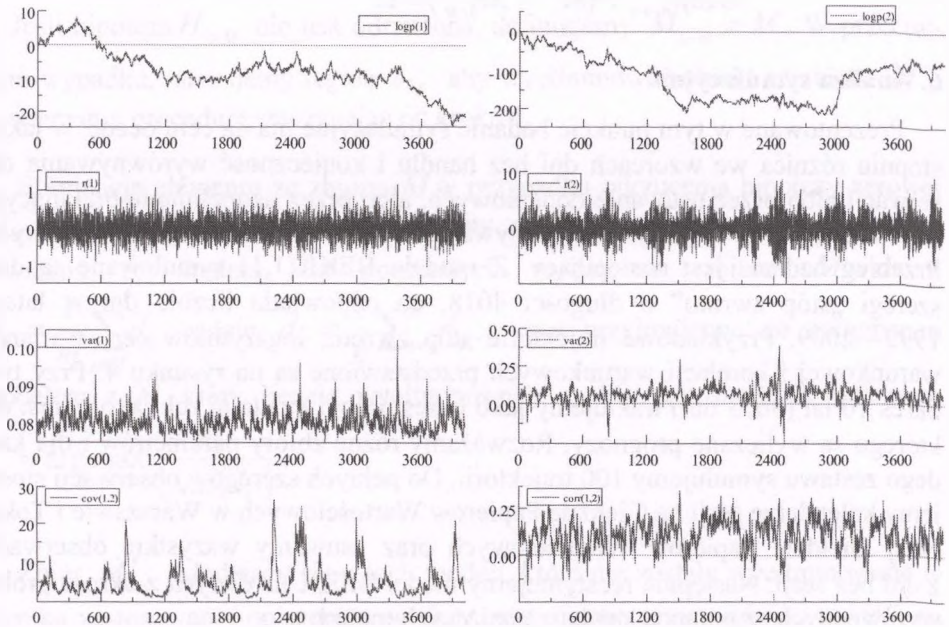
6. Analiza symulacyjna

Prezentowane w tym punkcie badanie symulacyjne ma na celu ocenę, w jakim stopniu różnica we wzorcach dni bez handlu i konieczność wyrównywania obserwacji albo przez usuwanie dodatkowych, albo przez uzupełnianie brakujących za pomocą jakiejś aproksymacji, wpływa na oszacowania korelacji warunkowych. Przebieg badania jest następujący. Z modelu BEKK(1,1) symulowane są dwa szeregi „stóp zwrotu" o długości 4018, co odpowiada liczbie dni w latach 1999—2009. Przykładowe trajektorie stóp zwrotu, logarytmów cen, wariancji warunkowej i korelacji warunkowych przedstawione są na rysunku 4. Przy tym okres 10 lat (3653 dni) traktujemy jako okres próby, a ostatni rok jako okres, dla którego są wyliczane prognozy. Rozważamy różne zbiory parametrów i dla każdego zestawu symulujemy 100 trajektorii. Do pełnych szeregów obserwacji stosujemy kalendarze sesji na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie i Tokijskiej Giełdzie Papierów Wartościowych oraz usuwamy wszystkie obserwacje z dni bez sesji. Następnie reestymujemy model BEKK na danych z okresu próby, wyrównanych za pomocą każdej z poniższych metod:

1. Wszystkie dni bez sesji są usunięte.
2. Wszystkie dni bez sesji są usunięte. Ponadto w celu wychwycenia możliwego efektu akumulacji informacji, do modelu wprowadzane są dwie sztuczne zmienne odpowiadające opisywanym rynkom. Zmienne te przyjmują wartość 1 bezpośrednio po każdym dniu bez sesji i 0 w pozostałe dni. Cena pozostaje niezmieniona w czasie dni bez sesji.
3. Cena w dniu bez sesji jest dana za pomocą liniowej aproksymacji opartej na cenach obserwowanych w dniach sąsiednich.
4. Weekendy są usunięte. W pozostałe dni bez sesji cena pozostaje niezmieniona.
5. Weekendy są usunięte. W pozostałe dni bez sesji cena jest dana za pomocą liniowej aproksymacji opartej na cenach obserwowanych w dniach sąsiednich.
6. Weekendy są usunięte. Cena pozostaje niezmieniona w czasie pozostałych dni niehandlowych. Ponadto w celu wychwycenia możliwego efektu akumulacji informacji w czasie weekendu, do modelu wprowadzona jest sztuczna zmienna przyjmująca wartość 1 bezpośrednio po weekendzie i 0 w pozostałe dni.

Dodatkową część badania stanowi analiza problemu przedstawionego na rysunku 3. Rozważamy w tym przypadku trzy możliwości: usunięcie obu dni, „skle-

jenie" dni oraz zastosowanie liniowej aproksymacji ceny. Jednak możemy od razu napisać, że w tym przypadku przeprowadzona analiza nie dała zdecydowanej odpowiedzi, co do wyboru metody.



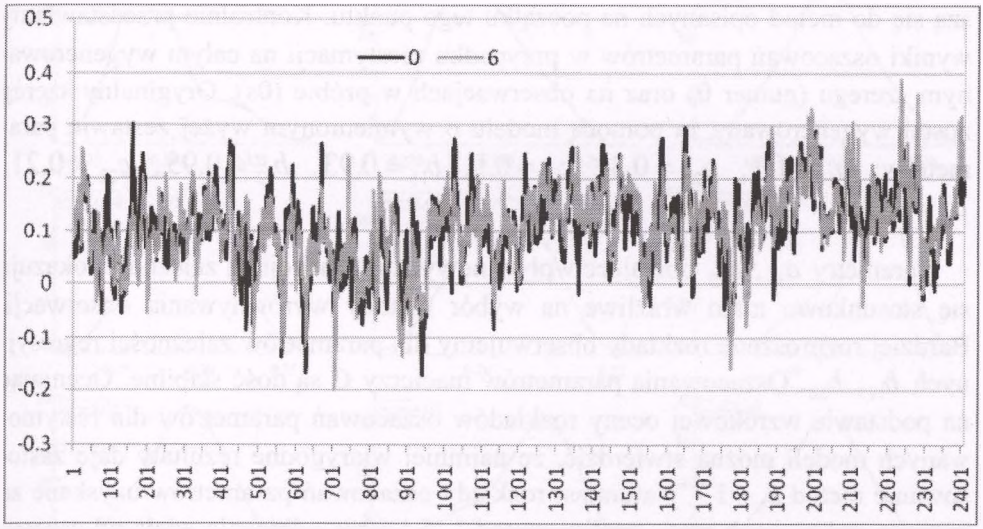
Rysunek 4. Przykładowe trajektorie symulowane za pomocą modelu BEKK(1,1). Rozważany zestaw parametrów modelu: $a_{11} = 0{,}1$, $a_{22} = 0{,}3$, $c_{11} = 0{,}1$, $b_{11} = 0{,}93$, $b_{22} = 0{,}95$, $c_{22} = 0{,}21$, $c_{12} = 0.05$. W górnym panelu logarytmy cen, w drugim od góry – stopy zwrotu, poniżej – wariancje warunkowe, w ostatnim dolnym panelu – kowariancje warunkowe (z lewej) i korelacje warunkowe (z prawej).

Oceny zastosowanych metod wyrównywania liczby obserwacji w szeregach stóp zwrotu dokonujemy za pomocą metodologii zbioru ufności modeli (MCS) i testu nadrzędnej zdolności predyktywnej (SPA). Wyliczamy oszacowania korelacji warunkowych w próbie oraz prognozy na okres poza próbą za pomocą modelu reestymowanego na przekształconych danych i odnosimy je do „prawdziwych" wartości korelacji warunkowych w dniach sesyjnych. Zbiór stosowanych metod przekształcania danych traktujemy jako zbiór ocenianych modeli. W przypadku każdej z symulowanych ścieżek wyznaczamy MCS. W przypadku, gdy zbiór ufności modeli zawiera więcej niż jeden element, dodatkowo przeprowadzamy analizę za pomocą testu SPA, przyjmując kolejno każdy z elementów MCS za model wzorcowy. Trzy metody postępowania 1, 5 i 6 zostały wskazane jako najlepsze. Ich uszeregowanie różni się jednak w zależności od tego, czy rozważamy oszacowania w próbie, czy prognozy poza próbą.

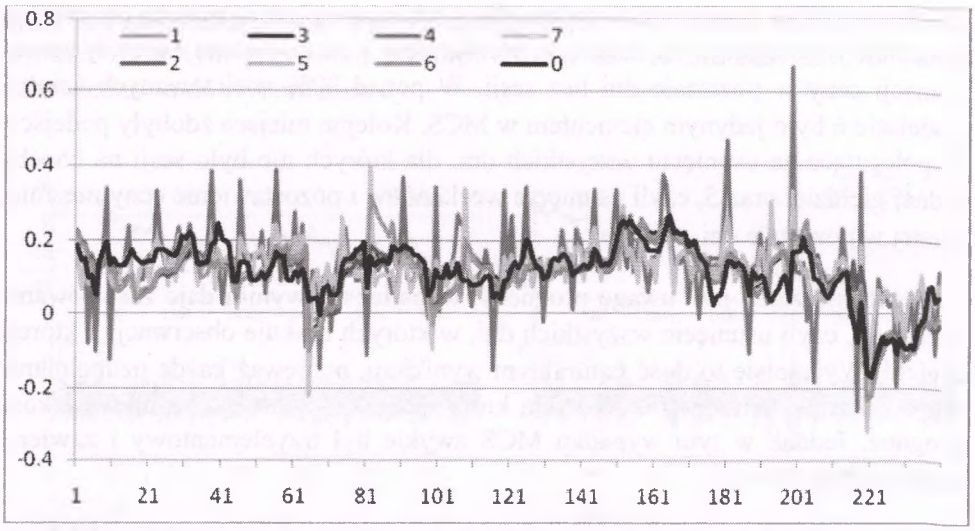
W przypadku oszacowań w próbie zdecydowanie najlepszą metodą okazało się podejście 6 polegające na usunięciu weekendów i zastosowaniu liniowej aproksymacji ceny w pozostałe dni bez sesji. W ponad 80% analizowanych ścieżek podejście 6 było jedynym elementem w MCS. Kolejne miejsca zdobyły podejście 1, polegające na usunięciu wszystkich dni, dla których nie było sesji na choćby jednej giełdzie, oraz 5, czyli usunięcie weekendów i pozostawienie ceny niezmienionej w pozostałe dni.

Jeżeli bierzemy pod uwagę prognozy, to najlepsze wyniki daje zastosowanie metody 1, czyli usunięcie wszystkich dni, w których brakuje obserwacji z którejś z giełd. Wydaje się to dość naturalnym wynikiem, ponieważ każde uzupełnianie wprowadza pewien szum do danych, który może się przełożyć na niższą jakość prognoz. Jednak w tym wypadku MCS zwykle był trzyelementowy i zawierał także metody 5 i 6.

Na rysunku 5 przedstawiamy przykładowe zestawienie „prawdziwych" korelacji warunkowych i oszacowań w próbie uzyskanych po przekształceniu danych za pomocą metody wskazanej jako najlepsza. Rysunek 6 pokazuje zróżnicowanie prognoz w zależności od wybranej metody przekształcania danych. W obu przypadkach symulowany był diagonalny model BEKK z parametrami $a_{11} = 0{,}1$, $a_{22} = 0{,}3$, $c_{11} = 0{,}1$, $b_{11} = 0{,}93$, $b_{22} = 0{,}95$, $c_{22} = 0{,}21$, $c_{12} = 0.05$.



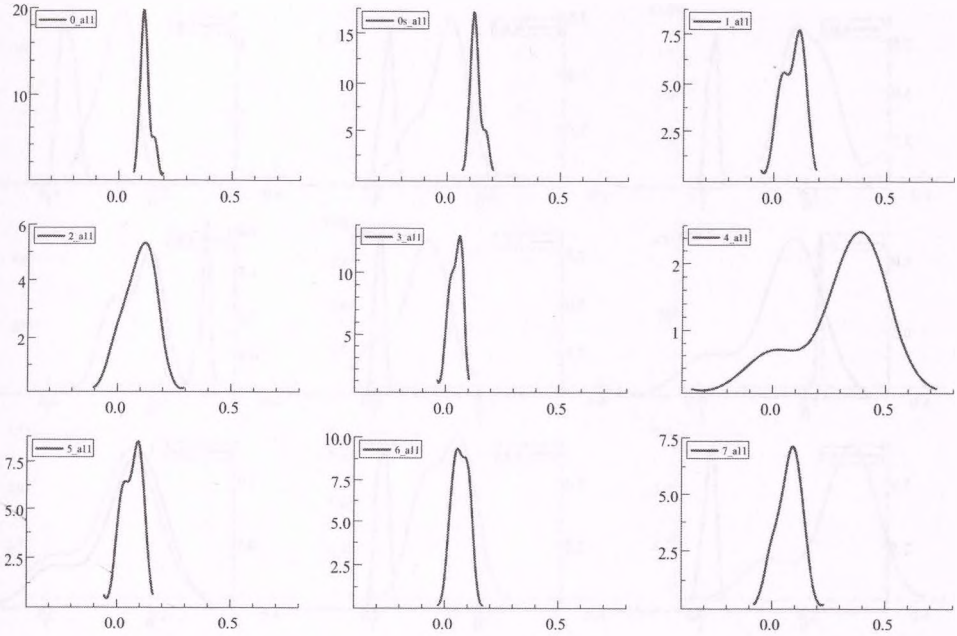
Rysunek 5. Zestawienie realizacji „prawdziwego" procesu korelacji warunkowych w próbie z oszacowaniem z modelu BEKK na danych zmodyfikowanych za pomocą metody 6. Rozważany zestaw parametrów modelu: $a_{11} = 0{,}1$, $a_{22} = 0{,}3$, $c_{11} = 0{,}1$, $b_{11} = 0{,}93$, $b_{22} = 0{,}95$, $c_{22} = 0{,}21$, $c_{12} = 0.05$.



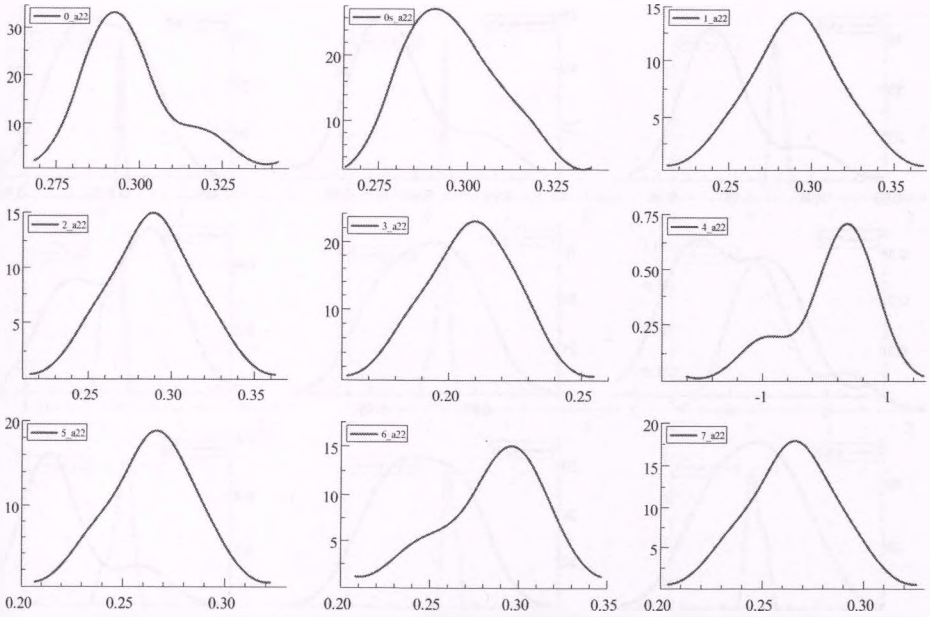
Rysunek 6. Prognozy otrzymane za pomocą modeli szacowanych na danych modyfikowanych za pomocą metod 1—7. Czarna linia pokazuje przebieg „prawdziwych" korelacji. Rozważany zestaw parametrów modelu: $a_{11} = 0{,}1$, $a_{22} = 0{,}3$, $c_{11} = 0{,}1$, $b_{11} = 0{,}93$, $b_{22} = 0{,}95$, $c_{22} = 0{,}21$, $c_{12} = 0.05$.

Na rysunkach 7—13 przedstawiamy empiryczne rozkłady parametrów modeli reestymowanych na przekształconych danych. Numery 1—7 w legendach odnoszą się do metod opisanych na początku tego punktu. Kontrolnie przedstawiamy wyniki oszacowań parametrów w przypadku reestymacji na całym wygenerowanym szeregu (numer 0) oraz na obserwacjach w próbie (0s). Oryginalny szereg został wygenerowany za pomocą modelu o wymienionym wyżej zestawie parametrów: $a_{11} = 0{,}1$, $a_{22} = 0{,}3$, $c_{11} = 0{,}1$, $b_{11} = 0{,}93$, $b_{22} = 0{,}95$, $c_{22} = 0{,}21$, $c_{12} = 0.05$.

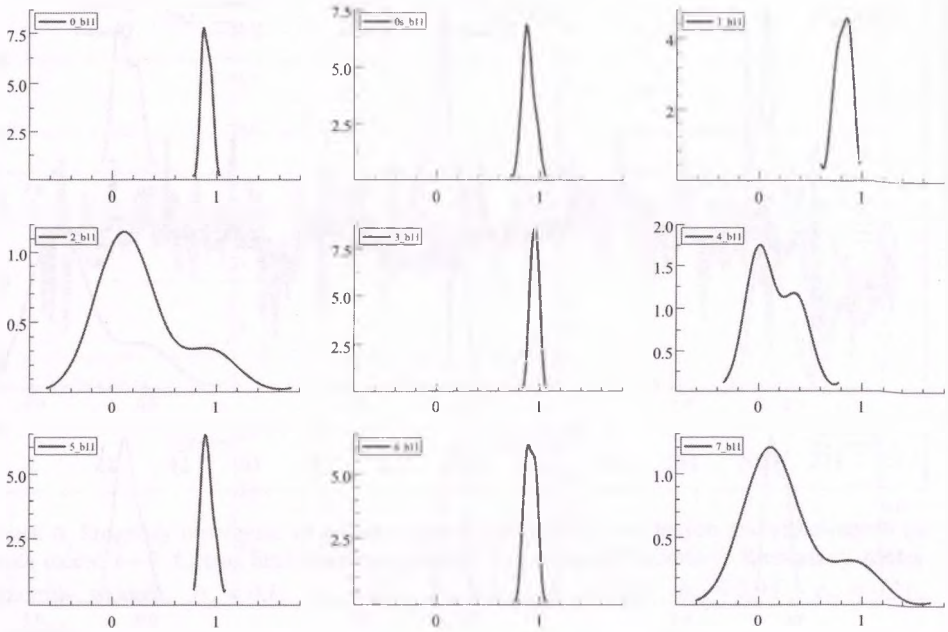
Parametry a_{11}, a_{22} opisujące wpływ nowych informacji na zależności okazują się stosunkowo mało wrażliwe na wybór metody wyrównywania obserwacji. Bardziej rozproszone rozkłady obserwujemy dla parametrów zależności regresyjnych b_{11}, b_{22}. Oszacowania parametrów macierzy **C** są dość stabilne. Oceniając na podstawie wzrokowej oceny rozkładów oszacowań parametrów dla restymowanych modeli można stwierdzić, że najmniej wiarygodne rezultaty daje zastosowanie metod 2, 4 i 7. Natomiast rozkłady oszacowań parametrów uzyskane za pomocą wskazanych przez analizę metod 1, 5 i 6 nie odbiegają wiele od oszacowań uzyskanych na podstawie „prawdziwego" szeregu.



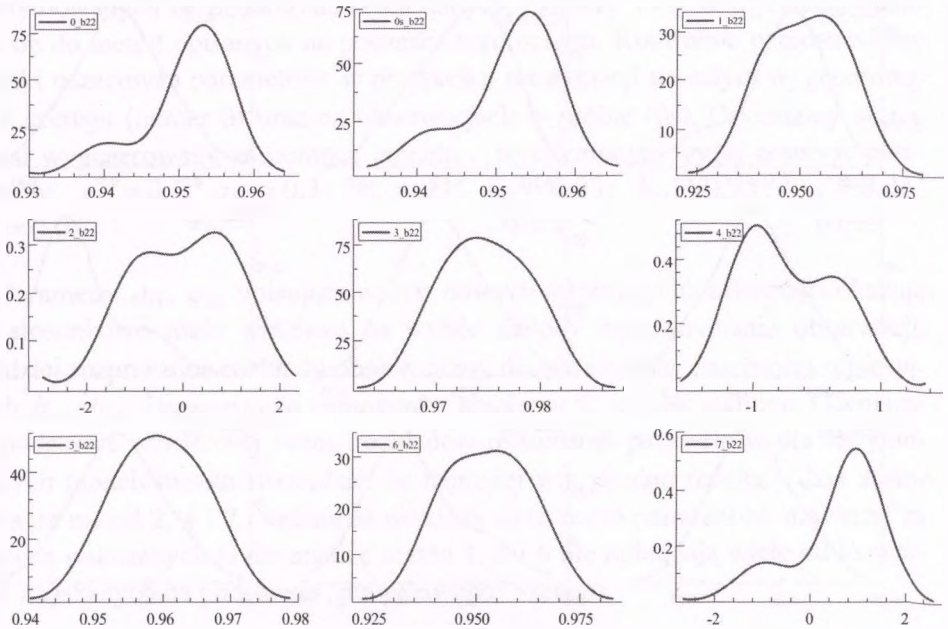
Rysunek 7. Rozkłady parametru a_{11}. Prawdziwa wartość $a_{11} = 0{,}1$



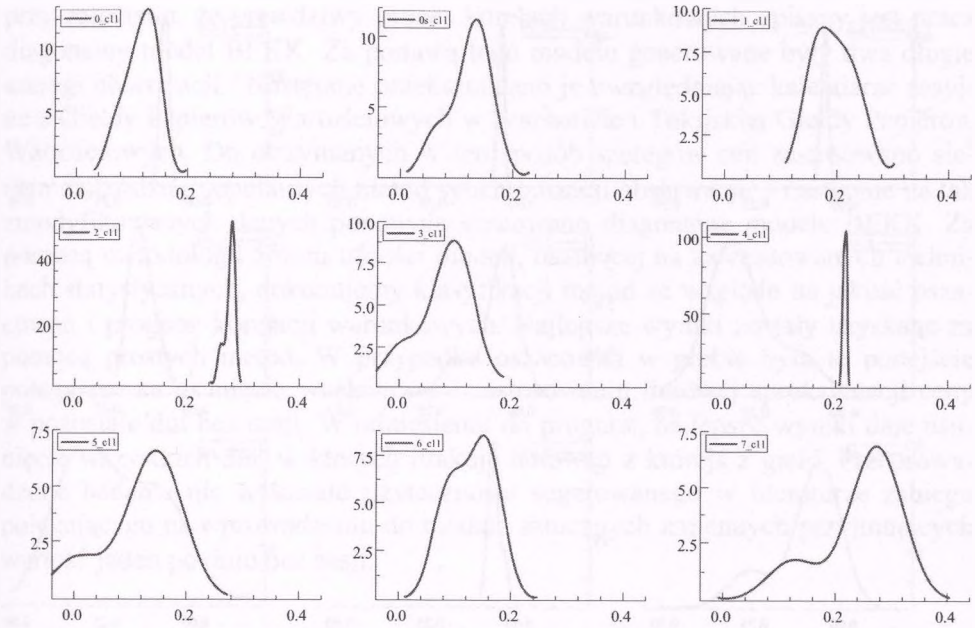
Rysunek 8. Rozkłady parametru a_{22}. Prawdziwa wartość $a_{22} = 0{,}3$. Skale na osiach poziomych nie są jednakowe ze względu na duże różnice w wartościach reestymowanego parametru.



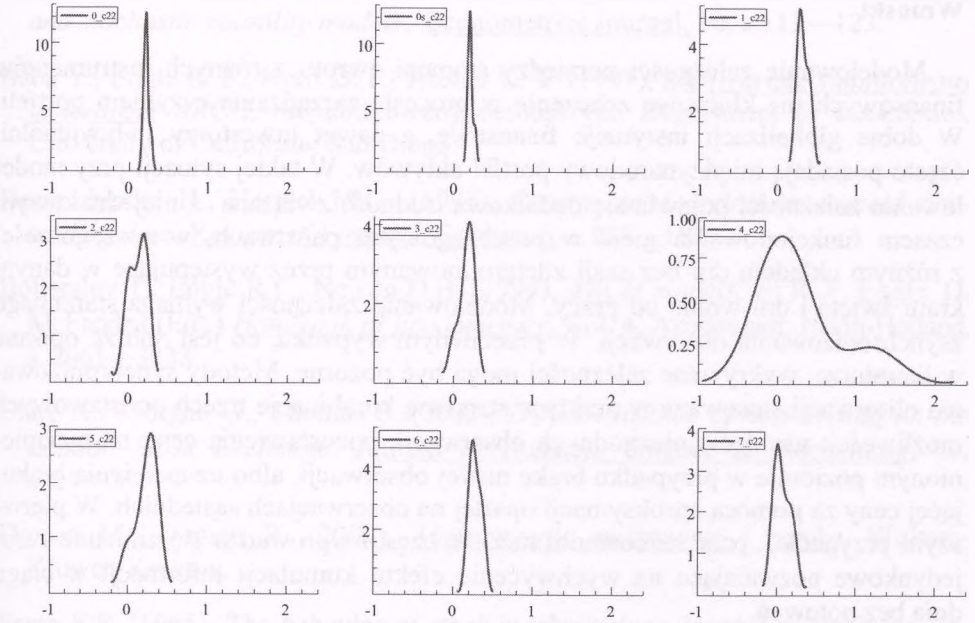
Rysunek 9. Rozkłady parametru b_{11}. Prawdziwa wartość $b_{11} = 0{,}93$.



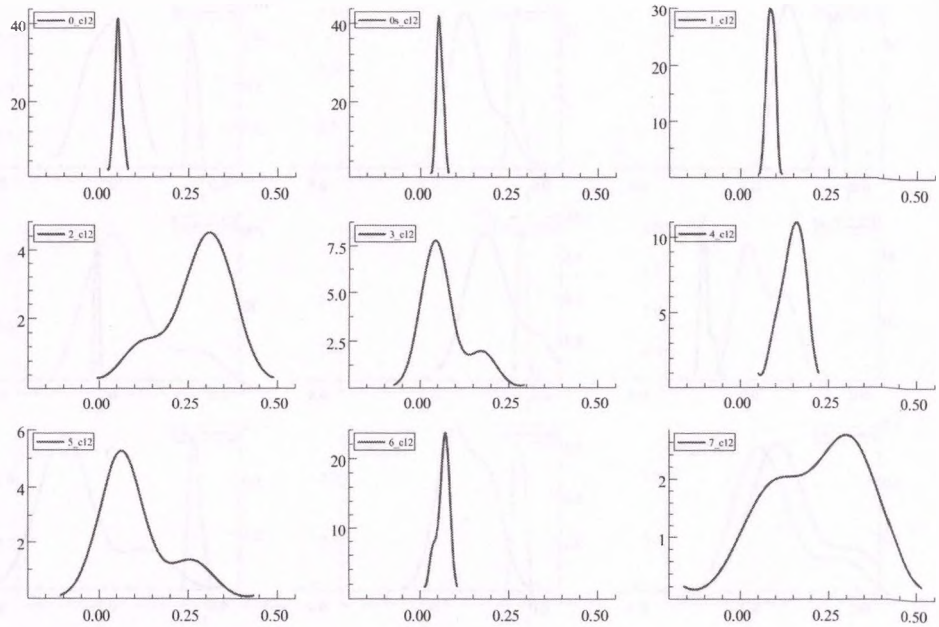
Rysunek 10. Rozkłady parametru b_{22}. Prawdziwa wartość $b_{22} = 0{,}95$. Skale na osiach poziomych nie są jednakowe ze względu na duże różnice w wartościach reestymowanego parametru.



Rysunek 11. Rozkłady parametru c_{11}. Prawdziwa wartość $c_{11} = 0{,}1$.



Rysunek 12. Rozkłady parametru c_{22}. Prawdziwa wartość $c_{22} = 0{,}21$.



Rysunek 13. Rozkłady parametru c_{12}. Prawdziwa wartość $c_{12} = 0{,}05$

Wnioski

Modelowanie zależności pomiędzy stopami zwrotu z różnych instrumentów finansowych ma kluczowe znaczenie w procesie zarządzania ryzykiem portfeli. W dobie globalizacji instytucje finansowe, a nawet inwestorzy indywidualni, często posiadają międzynarodowy portfel aktywów. W takiej sytuacji przy modelowaniu zależności pojawia się dodatkowa trudność związana z niejednakowym czasem funkcjonowania giełd w poszczególnych państwach, w szczególności z różnym układem dni bez sesji zdeterminowanym przez występujące w danym kraju święta i dni wolne od pracy. Modelowanie zależności wymaga starannego zsynchronizowania obserwacji. W przeciwnym wypadku, co jest dobrze opisane w literaturze, wykrywane zależności mogą być pozorne. Metody synchronizowania obserwacji stosowane w praktyce stanowią kombinacje trzech podstawowych możliwości: usunięcia niezgodnych obserwacji, pozostawienia ceny na niezmienionym poziomie w przypadku braku nowej obserwacji, albo uzupełnienia brakującej ceny za pomocą aproksymacji opartej na obserwacjach sąsiednich. W pierwszym przypadku, przy szacowaniu modelu często wprowadza się zmienne zero-jedynkowe pozwalające na wychwycenie efektu kumulacji informacji w ciągu dnia bez notowań.

Celem opisanego badania jest wybór, na podstawie analizy symulacyjnej, metody postępowania dającej najlepsze oszacowania korelacji warunkowych w pró-

bie i najlepsze prognozy na okres poza próbą. Analiza przeprowadzona została przy założeniu, że prawdziwy proces korelacji warunkowych opisany jest przez diagonalny model BEKK. Za pomocą tego modelu generowane były dwa długie szeregi obserwacji. Następnie przekształcano je uwzględniając kalendarze sesyjne z Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie i Tokijskiej Giełdy Papierów Wartościowych. Do otrzymanych w ten sposób szeregów cen zastosowano siedem najbardziej popularnych metod synchronizacji obserwacji, a następnie na tak zmodyfikowanych danych ponownie szacowano diagonalne modele BEKK. Za pomocą metodologii zbioru ufności modeli, bazującej na zawansowanych technikach statystycznych, dokonujemy klasyfikacji metod ze względu na jakość oszacowań i prognoz korelacji warunkowych. Najlepsze wyniki zostały uzyskane za pomocą prostych metod. W przypadku oszacowań w próbie było to podejście polegające na usunięciu weekendów i zastosowaniu liniowej aproksymacji ceny w pozostałe dni bez sesji. W odniesieniu do prognoz, najlepsze wyniki daje usunięcie wszystkich dni, w których brakuje notowań z którejś z giełd. Przeprowadzone badanie nie wykazało użyteczności sugerowanego w literaturze zabiegu polegającego na wprowadzeniu do modelu sztucznych zmiennych przyjmujących wartość jeden po dniu bez sesji.

Literatura

Asai M., McAleer M. (2007), *Non-trading day effects in asymmetric conditional and stochastic volatility models*, Econometrics Journal, 10, s.113—123.

Baba Y., Engle R. F., Kraft D. F., Kroner K. T. (1991), *Multivariate simultaneous generalizet ARCH*, niepublikowany manuskrypt, Department of Economics, University of California, San Diego.

Bessembinder H., Hertzel M.G. (1993), *Return autocorrelations around non-trading days*, Review of Financial Studies, 6, s.155—189.

Bollerslev T., Engle R.F., Nelson D.B. (1994), *ARCH models*, w: R. F. Engle, D. McFadden (Eds.) *Handbook of Econometrics*, Vol. 4, Amsterdam: North-Holland, s. 2961—3038.

Clare A., Morgan G., Thomas S. (2002), *Direct evidence of non-trading on the London Stock Exchange*, Journal of Business Finance & Accounting, 29, s. 29—53.

Doman M., Doman R. (2009), *Modelowanie zmienności i ryzyka*, Wolters-Kluwer, Kraków.

Fama E.F. (1965), *The behavior of stock market prices*, Journal of Business, 38, s. 34—105.

French K.R., Roll R. (1986), *Stock return variances: The arrival of information and the reaction of traders*, Journal of Financial Economics, 17, s. 5—26.

García Blandón J. (2001), *New findings regarding return autocorrelation anomalies and the importance of non-trading periods,* UPF Economics and Business Working Paper No. 585, SSRN: http://ssrn.com/abstract=311525 or doi:10.2139/ssrn.311525.

Hansen P.R. (2001), *An Unbiased and Powerful Test for Superior Predictive Ability,* Brown University, Departament of Economics Working Paper 01—06.

Hansen P.R. (2005), *A Test for Superior Predictive Ability*, Journal of Business and Economic Statistics, 23, s. 365—380.

Hansen P.R., Lunde A. (2007), *MulCom 1.00. Econometric Toolkit for Multiple Comparisons,* Available at: www.hha.dk/~alunde/MULCOM/MULCOM.HTM

Hansen P.R., Lunde A., Nason J.H. (2003), *Choosing the Best Volatility Models. The Model Confidence Set Approach,* Oxford Bulletin of Economics & Statistics, 65, s. 839—861.

Hansen P.R., Lunde A., Nason J.H. (2005), *Model Confidence Sets for Forecasting Models,* Federal Reserve Bank of Atlanta, Working Papers 7.

Kiymaz H. Berument H. (2003), *The day of the week effect on stock market volatility and volume: International evidence*, Review of Financial Economics, 12, s. 363—80.

Lo A., MacKinlay A.C. (1990), *An econometric analysis of non-synchronous trading*, Journal of Econometrics, 45, s.181—211.

Politis D.N., Romano J.P. (1994), *The Stationary Bootstrap*, Journal of the American Statistical Association, 89, s. 1303—1313.

Tsay R.S. (2005), *Analysis of financial time series*, Wiley Series in Probability and Statistics, John Wiley& Sons, New York.

White H. (2000), *A Reality Check for Data Snooping*, Econometrica, 68, s. 1097—1126.

Marek GRUSZCZYŃSKI[10]

„Od tamtego czasu zacząłem odmierzać życie nie latami, a dekadami. Pięćdziesiątka była decydująca, bo nabrałem świadomości, że niemal wszyscy są młodsi ode mnie. Lata po sześćdziesiątce były najintensywniejsze z powodu podejrzenia, że nie mam już czasu na jakąkolwiek pomyłkę. Siódmy krzyżyk był pełen bojaźni ze względu na duże prawdopodobieństwo, że będzie ostatni. Atoli kiedy obudziłem się żywy pierwszego ranka mych dziewięćdziesięciu lat (...), przeszyła mnie nader sympatyczna myśl, że życie może nie jest czymś, co przemija jak wzburzona rzeka Heraklita, lecz jedyną okazją, by odwrócić się na ruszcie i smażyć na drugim boku przez następne dziewięćdziesiąt lat."

Gabriel Garcia Márquez

MIKROEKONOMETRIA — NOWE WYZWANIA DLA MODELOWANIA DANYCH EKONOMICZNYCH

Wprowadzenie

Przedmiotem mikroekonometrii jest analiza mikrodanych w obszarze zagadnień ekonomicznych, finansowych i społecznych. Mikrodane to dane o pojedynczych uczestnikach życia ekonomicznego: osobach, gospodarstwach domowych, firmach itd., a także o zachowaniach tych uczestników.

Nowoczesne narzędzia analizy mikrodanych, jakich dostarcza mikroekonometria, obejmują przede wszystkim ekonometryczne metody modelowania zmiennych jakościowych lub ograniczonych. Dlaczego? Takie bowiem zmienne reprezentują wybory dokonywane (świadomie lub nie) przez opisywane jednostki. Stąd bierze się inna nazwa takich modeli: modele dyskretnych wyborów (*discrete choice*).

Obok rozwijanych modeli oraz metod z nich korzystania, ważnym akcentem w dyskusjach o mikroekonometrii jest dostępność dużych zbiorów mikrodanych i potrzeba operacyjnych analiz dokonywanych na ich podstawie. Z dużymi zbiorami mikrodanych, które powinny być analizowane, mamy bowiem coraz częściej do czynienia. Chodzi tu na przykład o analizy z perspektywy marketingowej, czy

[10] Szkoła Główna Handlowa w Warszawie.

z perspektywy obserwatora rynku, na przykład rynku kapitałowego, gdzie mikrodane też tworzą się w sposób automatyczny.

Zbiory mikrodanych są oczywiście w Polsce dostępne od lat w postaci choćby baz danych z badania budżetów rodzinnych czy z badania aktywności ekonomicznej ludności. Nie wspominam tu danych indywidualnych z przedsiębiorstw, które też są zbierane przez statystykę publiczną. Rozmaite badania na podstawie tych danych często należą do obszaru mikroekonometrii, chyba że następuje agregacja danych i analiza danych zagregowanych. Domeną mikroekonometrii jest też analiza mikrodanych z rozmaitych badań ankietowych.

Jeśli mamy dostępny zbiór mikrodanych i korzystamy zeń przy pomocy narzędzi ilościowych, to — pomijając inne podejścia — trudno odróżnić analizy statystyczne od ekonometrycznych. To rozróżnienie nie jest pewnie potrzebne, bowiem obie dyscypliny są mocno pokrewne. Można sądzić, że mikroekonometria usiłuje bazować na podstawach teorii ekonomicznych, natomiast statystyka dla mikrodanych to zbiór narzędzi, które nadają się do zastosowania w rozmaitych dziedzinach. Nie jestem pewien, czy tak jest w istocie. Jest po prostu problem statystycznej analizy mikrodanych, dla różnych celów. Realizacja tych celów jest domeną różnych podejść statystycznych lub ekonometrycznych, czasem mających wspólny mianownik, a czasem nie.

Wracając do początku tych rozważań: mikroekonometria ma ambicje nie tylko merytoryczne (tematyka ekonomii, finansów, zachowania się przedsiębiorstw, gospodarstw domowych) lecz także metodyczne. Jak się zdaje, spora grupa metod mikroekonometrii ma swoje odzwierciedlenie w zestawie metod wyrafinowanej analizy statystycznej. Nieco inne są nazwy, sformułowania modeli, inne bywają też cele modelowania.

To powiedziawszy, warto śledzić jak tematyka właściwa mikroekonometrii (bądź właściwa statystycznej analizie mikrodanych) rozwija się w aktualnych badaniach statystyczno-ekonometrycznych w Polsce. Warto przy tym wskazać, że nie wszystkie pozycje, które mają polski tytuł „Mikroekonometria", dotyczą analizy mikrodanych[11]. Jest to trochę kłopotliwe, zważywszy, że na świecie termin „mikroekonometria" oznacza to, co oznacza — od prawie 30 lat.

Najważniejsze teksty o mikroekonometrii wydane przed rokiem 2000, takie jak na przykład Maddala (1983), przywołane są w książce Gruszczyńskiego (2001). Współczesne monografie mikroekonometryczne to: Wooldridge (2002), Cameron i Trivedi (2005), Hensher, Rose i Greene (2005), Winkelmann i Boes (2006), Train (2003), Lee (2010). Jeśli idzie o zastosowania, to niektóre z nich doczekały się książek z mikroekonometrią w tytule. Warto tu wymienić na przykład Caliendo (2006), Carvalho (2009), Degryse, Kim i Ongena (2009) oraz Lee

[11] Takie są książki „Mikroekonometria" J. Hozera wydana w PWE w roku 1993 oraz „Mikroekonometria" J.W. Wiśniewskiego wydana przez UMK Toruń w roku 2009.

(2005). W Polsce dostępna jest też książka o analizie mikrodanych p.t. „Mikroekonometria" (Gruszczyński M., red. (2010)).

Badania w zakresie mikroekonometrii i jej zastosowań są prowadzone w Polsce od wielu lat, nie zawsze pod tą nazwą. Z pewnością, do mikroekonometrii zaliczają się analizy budżetów gospodarstw domowych prowadzone pod kierunkiem B. Góreckiego w Uniwersytecie Warszawskim, czy też analizy rynku pracy pod kierunkiem M. Góry bądź I. Kotowskiej w Szkole Głównej Handlowej w Warszawie. Uczestnicy wielu krajowych konferencji z zakresu finansów, finansów przedsiębiorstw, czy rachunkowości coraz śmielej sięgają po metody mikroekonometrii. Badania z zakresu mikroekonometrii finansowej spotkać można na przykład na konferencjach „Rynek finansowy. Skuteczne inwestowanie" (Uniwersytet Szczeciński), „Inwestycje finansowe i ubezpieczenia. Tendencje światowe a rynek polski" (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) oraz „FindEcon: Forecasting financial markets and decision-making" (Uniwersytet Łódzki).

Prezentowany tekst zawiera kilka przemyśleń na temat merytorycznych oraz metodycznych kwestii, jakie pojawiają się przy konstrukcji i stosowaniu modeli mikroekonometrii.

Mikroekonometria według ekonometryków

Geweke, Horowitz i Pesaran (2006) w niedawnej rekapitulacji stanu światowej ekonometrii twierdzą, że znaczące osiągnięcia w analizie mikrodanych w ostatnich 20 latach były efektem mało satysfakcjonujących wyników badań z zakresu makroekonometrii szeregów czasowych, a także większej dostępności dużych zbiorów mikrodanych i lepszych możliwości obliczeniowych.

Dodatkowo, pojawiły się nowe interesujące zagadnienia metodyczne wynikające z samego charakteru mikrodanych. Zalicza się do nich problem błędów pomiaru, a także ważna sprawa niejednorodności jednostek obserwowanych na poziomie mikro (klienci, gospodarstwa domowe, firmy). To jest kluczowa cecha mikrodanych w porównaniu z makrodanymi. Te ostatnie opierają się na pojęciu „jednostki reprezentatywnej" („reprezentatywnej firmy", „reprezentatywnego gospodarstwa domowego"), która ma wszelkie cechy zwykłej średniej w statystyce.

Charakter mikrodanych, często jakościowych bądź ograniczonych co do zakresu zmienności, spowodował także rozwój nowych podejść metodycznych, głównie w kierunku modelowania zmiennych jakościowych i ograniczonych. Jednocześnie, w analizie mikrodanych nowego znaczenia nabierają metody ekonometrii panelowej, modele czasu trwania, a także ekonometryczne modele zmiennych licznikowych. Słowem — rozwinął się nowy nurt ekonometrii, skazany na powodzenie, choćby ze względu na potrzeby praktyki. Jednocześnie — jest

to nurt badawczy, będący w ciągłej konfrontacji z innymi nurtami, na przykład tymi wywodzącymi się z koncepcji *data mining*.

Geweke, Horowitz i Pesaran (2006) wskazują na przykładowe obszary zastosowań mikroekonometrii, to jest klasy modeli opisujących dokonywane dyskretne wybory. Są to: modele wyboru sposobu transportu (Domenich i McFadden, 1975), modele udziału w rynku pracy (Heckman i Willis, 1977), modele wyboru zawodu (Boskin, 1974), modele lokalizacji zatrudnienia lub lokalizacji firm (Duncan 1980), czy modele efektów sąsiedztwa (Brock i Durlauf, 2002). Grupa modeli zmiennych ograniczonych obejmuje przede wszystkim modele dla zmiennych uciętych oraz modele dla zmiennych cenzurowanych (opisane u Maddali, 1983 lub u Camerona i Trivediego, 2005). Inne podejścia, też korzystające z mikrodanych, to modele czasu trwania (modele przetrwania), stosowane w analizie trwania w stanie bezrobocia, trwania w związku małżeńskim, trwania przedsiębiorstwa na rynku itd. Wskazuje się też, że wszystkie analizy mikrodanych, które korzystają z podejścia statystycznego, mają w istocie coś wspólnego z mikroekonometrią.

Problemy modelowania w mikroekonometrii

Spośród rozlicznych problemów i pytań, jakie rysują się „metodycznie" i „praktycznie" przed mikroekonometrią, można wymienić następujące:

- Na ile mikroekonometria „konsumuje" postulaty teorii ekonomii, czym różni się od innych metod analizy mikrodanych?
- Czy metoda „efektów oddziaływania" jest rozwiązaniem trudnego problemu analizy przyczynowości w ekonometrii?
- Jak należy rozwiązywać problem endogeniczności w mikroekonometrii?
- „Przewaga" modeli mikroekonometrycznych nad makroekonometrycznymi polega na możliwościach ujęcia efektów indywidualnych, idiosynkratycznych. Czy mikroekonometria wykształciła sensowne metody wyodrębniania takich efektów?
- Jakie stosować metody estymacji: parametryczne czy nieparametryczne?
- Zagadnienia próby (wyboru, dostępności, metody losowania) powinny być w mikroekonometrii przedmiotem szczególnej troski. Zauważmy, że ekonometria szeregów czasowych (w tym makroekonometria) nie ma problemu próby w sensie znanym dla mikroekonometrii. Jak należy postępować w przypadkach, gdy dostępne dane obserwacyjne nie pochodzą z próby losowej? Jak dla różnych podejść modelowych rozwiązywać problem *self-selection* czyli tzw. samo-doboru próby?

Ta lista problemów może być rozszerzana w wielu kierunkach. W dalszej części komentujemy kilka z tych tematów. Niektóre z wywodów pochodzą z książki Gruszczyński M., red. (2010).

Mikroekonometria a teoria ekonomii

Tradycyjne podejście do strategii modelowania w ekonometrii, w którym podstawą jest duże zaufanie do teorii ekonomicznej i jej postulowanych modeli, obecnie coraz częściej ustępuje miejsca podejściu aplikacyjnemu, w którym punktem wyjścia są dane. Heij i in. (2004) w nowoczesnym podręczniku do ekonometrii twierdzą, że podstawą modelowania ekonometrycznego nie powinno być testowanie konkretnej teorii ekonomicznej lecz wykorzystanie danych do lepszego zrozumienia interesującego nas zjawiska. Modele to jedynie konstrukcje, które mogą się zmieniać w świetle informacji, jakie niosą dane. Włączenie do modelu charakterystyk tych danych może prowadzić do lepszego zrozumienia opisywanego procesu ekonomicznego. Poza wszystkim, teoria ekonomii często nie podpowiada konkretnych postaci modeli, co pozwala na dość swobodne podejście do specyfikacji.

Takie rozmycie tradycyjnego podejścia do modelowania może nie być szczególnie pożądane w makroekonometrii, ale już ekonometria finansowa z zadaniem analizy szeregów czasowych danych o dużej częstości zdaje się zmierzać w kierunku tej drugiej strategii modelowania.

Cameron i Trivedi (2005) uważają, że są dwa podejścia jeśli chodzi o korzystanie z teorii ekonomii w mikroekonometrii. Pierwsze, to podejście strukturalne, gdzie celem analizy jest identyfikacja i oszacowanie pewnych podstawowych parametrów, które charakteryzują badane zależności, na przykład funkcję kosztów czy funkcję produkcji. Przyjmuje się wówczas — na podstawie teorii ekonomii — wiele założeń dotyczących samej specyfikacji modelu, czy też własności składników losowych. Jeśli posługujemy się danymi zagregowanymi, to oceny parametrów otrzymuje się przy znacznie silniejszych (niekoniecznie spełnionych) założeniach w porównaniu z korzystaniem z mikrodanych. Mikrodane pozwalają na większą elastyczność przy specyfikowaniu modelu. W drugim podejściu, które autorzy nazywają opartym na postaci zredukowanej, celem analizy jest modelowanie zależności pomiędzy zmiennymi wynikowymi (endogenicznymi) a zmiennymi, które uznaje się za egzogeniczne. Główną cechą tego podejścia jest to, że nie zawsze bierze się pod uwagę wszystkie współzależności między zmiennymi. Badanie ogniskuje się bowiem na predykcji zmiennej objaśnianej na podstawie zmiennych objaśniających. Nie chodzi o interpretację przyczynową parametrów modelu.

Wydaje się, że umieszczenie modelu w nurcie danej ekonomicznej teorii powinno być pierwszym celem badawczym. Mikrodane dają tu pewną przewagę nad danymi zagregowanymi (o czym niżej). Nie zawsze jednak można posłużyć się solidną teorią. Z tego powodu wiele empirycznych modeli budowanych dla mikrodanych, to modele oparte na dość luźnych, niekoniecznie spójnych hipotezach behawioralno-ekonomicznych.

Geweke, Horowitz i Pesaran (2006) wskazują, że jeśli na przykład wziąć pod uwagę zwykły model logitowy dla dyskretnego wyboru, to cała ekonomia zawiera się tu w założeniu, iż losowe składniki użyteczności mają jednakowe rozkłady

niezależne o własnościach rozkładu wartości ekstremalnych I rodzaju. Dodatkowo, zakłada się, że pośrednia funkcja użyteczności jest liniowa względem charakterystyk alternatywnych wyborów. Ze względu na to, że teoria ekonomii rzadko, jeśli w ogóle, podpowiada parametryczną specyfikację modelu prawdopodobieństwa, można się zastanawiać, czy teoria pozwala przynajmniej nałożyć jakieś ograniczenia na tę specyfikację. To wszystko zależy od samego przedmiotu modelowania. W przypadku modeli wyboru dyskretnego zagadnienie polega na estymacji rozkładu użyteczności – warunkowo względem obserwowanych charakterystyk jednostek oraz alternatyw, wśród których dokonują wyboru. W badaniach interesuje nas przede wszystkim oszacowanie systematycznego składnika użyteczności, czyli funkcji, która pozwala ustalić wartość oczekiwaną użyteczności warunkowo względem zmiennych objaśniających. Druga rzecz, która nas interesuje, to rozkład składnika losowego użyteczności. Składnik systematyczny użyteczności oraz jej część losowa nie mogą być oszacowane, jeśli nie są identyfikowalne. Restrykcje, które daje w tym względzie teoria ekonomii, są dość słabe (np. monotoniczność, wypukłość lub jednorodność), a zatem klasy dopuszczalnych warunkowych wartości oczekiwanych oraz funkcji użyteczności są bardzo szerokie. Same obserwacje na temat indywidualnych wyborów i odpowiadające im wartości zmiennych objaśniających nie pozwalają na identyfikację systematycznego składnika użyteczności oraz na identyfikację rozkładu składnika losowego. Matzkin (1994) podał konieczne dla takiej identyfikacji założenia zawężające klasy dostępnych funkcji. Z kolei Manski (1988) oraz Horowitz (1998) pokazali przykłady, dla których istnieje nieskończenie wiele kombinacji składnika systematycznego użyteczności oraz rozkładu składnika losowego — zgodnych z logitową specyfikacją prawdopodobieństw wyboru.

Zatem modele wyboru dyskretnego mogą być szacowane przy założeniach znacznie łagodniejszych niż te, które są podstawą np. modelu logitowego bądź probitowego, jednak ani składnik systematyczny użyteczności ani rozkład składnika losowego nie mogą być zidentyfikowane na podstawie samych założeń z teorii ekonomii. Trzeba koniecznie przyjąć założenia dodatkowe, a ponieważ są one niezbędne dla identyfikacji, nie mogą być testowane empirycznie.

Efekty oddziaływania

Temat "efektów oddziaływania" czyli *treatment effects* jest bodaj najważniejszy w dyskusji o roli metod badawczych, które się przypisuje mikroekonometrii. Efekty oddziaływania mają swoją rolę w analizie sukcesu programów społecznych. W „eksperymencie społecznym" poszukujemy efektów zmiany polityki (czyli efektów oddziaływania) porównując interesujące nas wyniki dla grupy „z oddziaływaniem danego programu społecznego" w porównaniu z grupą kontrolną („bez oddziaływania").

Przykładem może być badanie, jakie są efekty programu szkoleniowego: czy osoby, które uczestniczyły w programie mają większe wyższą płacę niż te, które nie uczestniczyły w programie. W sytuacji, gdy moglibyśmy przeprowadzić eks-

peryment z dość dużymi dwiema grupami w miarę jednakowych osób (jedna uczestnicząca w programie, druga nie), wówczas różnica pomiędzy średnimi dla obu grup (średnimi płacami) oznaczałaby średni efekt oddziaływania (ATE: *average treatment effect).*

Jeśli y_1 oznacza wartość wyniku (płacę) dla osoby uczestniczącej a y_0 — dla osoby nieuczestniczącej, to $y_1 - y_0$ jest efektem oddziaływania programu (efekt przyczynowy). Problem w tym, że dla danej osoby obserwujemy y_1 lub y_0, a nie obie te wartości. Identyfikacja efektu oddziaływania wymaga dodatkowych założeń. Niech d oznacza zerojedynkowy wskaźnik uczestnictwa w oddziaływaniu (programie): d=1 oznacza uczestnictwo, d=0 oznacza nieuczestniczenie (czyli: dana osoba jest w grupie kontrolnej). Średni efekt oddziaływania to:

$$ATE = E(y_1 - y_0). \tag{1}$$

Z kolei średni efekt oddziaływania na jednostkę *(average treatment effect on the treated)* jest następujący:

$$ATT = E(y_1 - y_0|d=1). \tag{2}$$

Zauważmy, że $E(y_1 - y_0|d=1) = E(y_1|d=1) - E(y_0|d=1)$. Wyrażenie $E(y_0|d=1)$ nie jest obserwowalne ("efekt uczestnictwa osoby nieuczestniczącej"). Jeśli założymy, że oczekiwany efekt bez uczestniczenia jest taki sam dla jednostek uczestniczących oraz dla grupy kontrolnej, to wówczas nieobserwowalne $E(y_0|d=1)$ możemy zastąpić przez obserwowalne $E(y_0|d=0)$. Ale to oznacza, że przyjęliśmy założenie o niezależności względem średniej (*mean independence*) pomiędzy y_0 oraz d, to jest: $E(y_0|\mathrm{d}) = E(y_0)$. Przy takim założeniu możemy obliczyć *ATT*. Dla identyfikacji *ATE* trzeba dodatkowo założyć, że $E(y_1|d) = E(y_1)$. Wtedy

$$ATE = P(d=1)E(y_1 - y_0|d=1) + P(d=0)E(y_1 - y_0|d=0). \tag{3}$$

W przypadku eksperymentu (zrandomizowanego) oddziaływanie i jego wynik są z definicji niezależne. Wtedy mamy $ATE = ATT = E(y|d=1) - E(y|d=0)$, a efekt oddziaływania szacujemy na podstawie modelu regresji y względem d. Niestety, tego rodzaju eksperymenty są w ekonomii rzadkością.

W ekonometrii i statystyce wiele miejsca w badaniach poświęca się sytuacji, gdy randomizacja nie jest możliwa. Podstawowy problem, to identyfikacja (efektów oddziaływania), to znaczy rozdzielenie efektów oddziaływania od efektów spowodowanych przez inne źródła różnic pomiędzy grupą z oddziaływaniem i grupą bez oddziaływania (por. Manski 1995). Założenia dla takiej identyfikacji nie podlegają jednakże weryfikacji empirycznej i mogą być trudno akceptowalne. Jednym z rozwiązań jest swego rodzaju analiza wrażliwości, w ramach której ocenia się wrażliwość oszacowanego efektu oddziaływania na różne założenia

identyfikujące. Innym rozwiązaniem, które podał Manski (1995, 2003), jest rezygnacja z restrykcji identyfikujących i znalezienie całego zbioru wyników, które są zgodne z łącznym rozkładem obserwowanych zmiennych.

Na koniec rozważań o efektach oddziaływania warto wskazać książkę Morgana i Winshipa (2007) na temat wnioskowania kontrfaktycznego i przyczynowości w naukach społecznych, której mottem jest badanie związków przyczynowych na podstawie danych obserwacyjnych. Wspólna z dylematami mikroekonometrii jest widoczna w tej książce troska o możliwość dobrego ujęcia efektów oddziaływania dla wnioskowania o przyczynowości.

Heterogeniczność

Korzyści z dezagregacji danych, to jest korzyści z mikrodanych, są w jakimś sensie okupione potrzebą uwzględniania niejednorodności danych w analizach. Niejednorodność (heterogeniczność), a właściwie nieobserwowana niejednorodność odgrywa ważną rolę w mikroekonometrii. Wiele zmiennych, które mają własność niejednorodności, można obserwować, na przykład płeć, wykształcenie, czynniki socjo-demograficzne. Inne, na przykład motywacja, zdolności, inteligencja itd. są nieobserwowalne bądź nie dają się dobrze obserwować.

Najprostszym rozwiązaniem jest zignorowanie takiej niejednorodności i włączenie jej do składnika losowego. To jednak zwiększa niewyjaśnioną w modelu część zmienności zmiennej endogenicznej (objaśnianej). W istocie, ignorowanie wyraźnych różnic indywidualnych prowadzi do pomylenia z innymi czynnikami, które też są źródłem wyraźnych różnic indywidualnych. To pomylenie występuje wtedy, gdy nie da się statystycznie wydzielić indywidualnego udziału każdej ze zmiennych objaśniających w zmienności zmiennej objaśnianej. Załóżmy, że na przykład wykształcenie (x_1) ma być źródłem zmienności zarobków (y), a z kolei inna zmienna: zdolności (x_2), która też jest źródłem zmienności y, nie występuje w modelu. Wtedy ta część zmienności, która pochodzi od drugiej zmiennej, jest nieprawidłowo przypisana pierwszej zmiennej. Zatem, ich względna ważność w wyjaśnianiu y ulega pomieszaniu. Powstające obciążenie (*confounding bias*) ma w tym przypadku źródło w nieprawidłowym pominięciu zmiennych objaśniających w modelu. Także może być wynikiem wstawienia w ich miejsce zmiennych zastępczych (szczegóły podają Cameron i Trivedi 2005 s. 9).

Jest kilka podejść do modelowania niejednorodności w mikroekonometrii. Całkowite zignorowanie tego zjawiska, czyli nieobserwowalnych różnic indywidualnych, często spotykane w prostych zastosowaniach (takich, jak opisywane w tej książce), jest uzasadnione jedynie przy przyjęciu mocnych założeń. Należy do nich nieskorelowanie niejednorodności nieobserwowalnej z obserwowalną, a także brak zależności międzyokresowych dla zmiennej, którą się opisuje (zmiennej endogenicznej).

Heterogeniczność można traktować jako efekt stały (*fixed effect*), ujmując ją za pomocą parametru przy zmiennej zerojedynkowej odnoszącej się do danej jednostki. Taka możliwość istnieje, jeśli dysponujemy danymi panelowymi, czyli

licznymi obserwacjami dla każdej jednostki. Jednostka otrzymuje wtedy własną zmienną zerojedynkową, to jest w istocie własny wyraz wolny w modelu.

Z kolei, nieobserwowana niejednorodność w modelu z efektami losowymi (*random effects*) może być ujęta na różne sposoby. Jedno z założeń przyjmuje na przykład, że wyraz wolny w modelu regresji zmienia się losowo względem przekroju. Według innego z założeń składnik losowy równania regresji jest sumą kilku składników, w tym składnika losowego odnoszącego się do pojedynczej jednostki. Celem jest estymacja parametrów rozkładu tego składnika losowego. Na przykład w analizie popytu ten składnik losowy interpretuje się jako losową zmienność preferencji. Modele z efektami losowymi można szacować na podstawie danych panelowych lub danych przekrojowych.

Powyższa ekspozycja na temat niejednorodności pochodzi od Camerona i Trivediego (2005). Browning i Carro (2006) wskazują, że we współczesnych badaniach mikroekonometrycznych heterogeniczność nie jest traktowana z należytą starannością. Na ogół heterogeniczności jest więcej niż zakłada się w badaniach, a ponadto nieprawidłowe ujęcie heterogeniczności może prowadzić do błędów przy szacowaniu efektów, które interesują badaczy.

Estymacja nieparametryczna

W ekonometrii najczęściej korzystamy z zasady estymacji parametrycznej, to jest zajmujemy się modelami, w których jedynymi niewiadomymi są pewne stałe parametry. Takie są klasyczne modele liniowe, których parametry szacujemy metodą najmniejszych kwadratów. Takie są klasyczne modele nieliniowe, na przykład dwumianowy lub wielomianowy model logitowy.

Jak wskazują Geweke, Horowitz i Pesaran (2006), przedmiotem estymacji jest na ogół warunkowa wartość oczekiwana. Model płac dla mikrodanych pokazuje wartość oczekiwaną płacy dla konkretnych wartości zmiennych charakteryzujących daną osobę, takich jak: doświadczenie, wiek, wykształcenie itd. Podobnie, hedonistyczny model ceny koncentruje się na średniej cenie warunkowanej konkretnymi cechami danego obiektu. Zakładana w modelu postać warunkowej wartości oczekiwanej nie wynika na ogół z teorii ekonomii, wynika raczej z wygody interpretacyjnej oraz pewnej tradycji. Ekonomia nie podpowiada, jaki ma być kształt funkcji reprezentującej wartość oczekiwaną lub medianę zmiennej objaśnianej. W efekcie, w badaniach zakłada się jakąś postać funkcji lub stara się ją wydedukować z danych. Na ogół, zakładane postaci funkcyjne, czyli modele parametryczne, niekoniecznie dobrze pasują do danych i często prowadzą do mylących wniosków po estymacji.

Modele nieparametryczne są pewną odpowiedzią na ograniczenia modeli parametrycznych. Chodzi o to, czy warunkowa wartość oczekiwana i inne interesujące nas funkcje mogą być szacowane bez założeń a priori na temat ich postaci funkcyjnych. Jest to możliwe w modelu, w którym wszystkie zmienne objaśniające są dyskretne. Wtedy każdy zbiór wartości tych zmiennych definiuje

pewną komórkę danych. Warunkowa wartość oczekiwana zmiennej zależnej to jej średnia wartości dla każdej takiej komórki danych. W ten sposób można oszacować warunkową wartość oczekiwaną „komórka po komórce". Jeśli zmienne objaśniające są ciągłe i nie można ich pogrupować w takie komórki, to także wtedy można oszacować warunkową wartość oczekiwaną, przy pewnych założeniach gładkości takiej funkcji, lecz bez zakładania konkretnego jej kształtu.

Takie techniki powstały już dawno w statystyce. Na przykład estymator Nadaraya'i (1964) i Watsona (1964) warunkowej wartości oczekiwanej znany jako estymator jądrowy, to średnia ważona wartości zmiennej zależnej. Jeśli zmienna Y jest objaśniana przez X, a dane składają się z obserwacji (Y_i, X_i), to estymator jądrowy średniej Y w punkcie $X=x$ jest średnią ważoną wartości Y_i. Wartości Y_i, które odpowiadają X_i bliskim x otrzymują większe wagi, niż te wartości Y_i, które odpowiadają X_i odleglejszym od x. Estymatory jądrowe były badane i są znane są zarówno z zastosowań dla danych w postaci szeregów czasowych, jak i danych przekrojowych. Geweke, Horowitz i Pesaran (2006) podają dwa przykłady takich zastosowań w mikroekonometrii. Blundell, Browning i Crawford (2003) korzystali z estymatorów jądrowych dla estymacji krzywych Engla w badaniu zgodności danych z budżetów rodzinnych z teorią ujawnionych preferencji. Z kolei Hausman i Newey (1995) korzystali z estymatorów jądrowych funkcji popytu dla oszacowania równoważników zmian cen benzyny i strat na efektywności związanych z podwyżkami podatków od paliw.

Inną metodą nieparametryczną stosowaną do estymacji warunkowych wartości oczekiwanych jest lokalna estymacja liniowa (LOESS). Średnią Y w punkcie $X=x$ szacuje się przy użyciu swego rodzaju ważonej MNK do modelu liniowego. Tutaj wagi konstruuje się podobnie jak przy estymacji jądrowej: obserwacje bliskie $X_i=x$ otrzymują większą wagę niż obserwacje odleglejsze (por. Fan i Gijbels 1996).

Używając modeli i estymatorów nieparametrycznych nie popełniamy błędu specyfikacji warunkowej wartości oczekiwanej, albowiem są to zgodne estymatory prawdziwej funkcji reprezentującej warunkową wartość oczekiwaną. Dlaczego jednak te estymatory nie są tak często stosowane, jak estymatory parametryczne?

Jedną z odpowiedzi jest tzw. przekleństwo rozmiaru (*curse of dimensionality*). Precyzja estymatora nieparametrycznego gwałtownie bowiem maleje wraz ze zwiększaniem się "rozmiarów" zmiennych objaśniających. Jeśli na przykład wszystkie zmienne objaśniające modelu są dyskretne, to łatwo sobie wyobrazić sytuację, w której liczba obserwacji jest mniejsza niż liczba „komórek" odpowiadających specyficznym kombinacjom tych zmiennych. Inny powód małej popularności estymatorów nieparametrycznych jest taki, że trudno je pokazać, opisać i interpretować dla większej liczby zmiennych X. Estymatory nieparametryczne nie mają prostej postaci analitycznej. Jeśli mamy jedną lub dwie zmienne X, wówczas ocena interesującej nas funkcji może być pokazana w sposób graficzny. Gorzej jest dla większej liczby wymiarów.

Niedogodności, jakie stwarza stosowanie modeli nieparametrycznych w praktyce powodują, że częściej stosuje się modele semiparametryczne, dla których założenia na temat postaci funkcyjnej modelu są silniejsze niż w przypadku modeli nieparametrycznych. Są jednocześnie mniej wymagające niż założenia dla modeli parametrycznych. W ten sposób zmniejsza się możliwość popełnienia błędu specyfikacji — w porównaniu z modelami parametrycznymi (por. Manski 1985).

Popularne metody parametryczne, które dają dobre możliwości interpretacyjne, powinny zatem ustąpić miejsca metodom nieparametrycznym lub semiparametrycznym tam, gdzie można założyć, iż zależności funkcyjne (między zmiennymi modelu) nie są znane lub są znane jedynie częściowo. Ta ostatnia sytuacja ma miejsce najczęściej. W tym kierunku, to jest w kierunku estymacji nieparametrycznej i semiparametrycznej zmierza obecnie spora część badań w nurcie mikroekonometrii aplikacyjnej i teoretycznej.

Uwagi końcowe

Mikroekonometria jest dzisiaj jedną z głównych gałęzi ekonometrii. Wynika to z wielu powodów, z których bodaj najważniejszym jest zapotrzebowanie praktyki. W związku z tym, mikroekonometria musi być szeroko obecna w badaniach naukowych i w programach nauczania. Tematy, którymi żyje współczesna mikroekonometria, to tematy teoretyczne, sięgające do złożonych zagadnień ze statystyki matematycznej i rachunku prawdopodobieństwa, to także tematy praktyczne w sensie wyboru dobrych strategii modelowania. Część z nich wiąże się z konkretnymi zastosowaniami, np. na rynku pracy, w demografii, w finansach (mikroekonometria finansowa).

Modelowanie mikrodanych jest trudne — nie dlatego, że wymaga złożonych programów obliczeniowych (takie są dostępne), lecz dlatego, że:

- w strategii modelowania łatwo zgubić różnicę między „trzymaniem się modelu ekonomicznego", a „trzymaniem się danych",
- cechy idiosynkratyczne jednostek mogą mocno zniekształcać relacje między badanymi zmiennymi,
- nie jest jasne, czy metoda „efektów oddziaływania" jest nadającym się do praktycznego wykorzystania rozwiązaniem problemu analizy przyczynowości w ekonometrii,
- przyjmowane założenia w sprawie parametrów i postaci funkcyjnej modeli (pozwalające na przykład na estymację nieparametryczną lub semiparametryczną) w znaczącej mierze decydują o kształcie otrzymywanych wniosków.

Te i inne przyczyny przesądzają o tym, że mikroekonometria będzie nadal rozwijać strategię i metodykę modelowania — w ścisłym związku z praktycznymi zastosowaniami.

Literatura

Boskin M. J. (1974) A conditional logit model of occupational choice. *Journal of Political Economy*, 82, s. 389—98.

Blundell R. W., M. Browning, I. A. Crawford (2003), Nonparametric Engel curves and revealed preference, *Econometrica*, 71, s. 205—240.

Brock W., S. Durlauf (2002) A multinomial choice model with neighborhood effects, *American Economic Review*, 92, s. 298—303.

Browning M., Carro J. (2006), *Heterogeneity and microeconometrics modeling*, Centre for Applied Microeconometrics, Department of Economics, University of Copenhagen, 2006—03.

Caliendo M. (2006) *Microeconometric evaluation of labour market policies*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.

Cameron A.C., P.K. Trivedi (2005) *Microeconometrics. Methods and applications*, Cambridge University Press, New York.

Carvalho J.R. (2009) *Microeconometrics of labor markets and criminal behavior: recidivism, duration analysis, and program evaluation*, VDM Verlag Dr. Müller.

Degryse H., M. Kim, S. Ongena (2009) *Microeconometrics of banking. Methods, applications and results*, Oxford University Press.

Domenich T., D. McFadden (1975) *Urban travel demand: A behavioral analysis*, Amsterdam, North-Holland.

Duncan G. (1980) Formulation and statistical analysis of the mixed continuous/discrete variable model in classical production theory, *Econometrica*, 48, s. 839—52.

Fan, J., I. Gijbels (1996), *Local polynomial modelling and its applications*, Chapman & Hall , London.

Geweke J.F, J.L. Horowitz, M. H. Pesaran (2006) Econometrics: a bird's eye view, *Center for Economic Studies & Ifo Institute for Economic Research CESifo, Working Paper* No. 1870 oraz *Institute for the Study of Labor IZA Discussion Paper* No. 2458.

Gruszczyński M. (2001) *Modele i prognozy zmiennych jakościowych w finansach i bankowości*, Oficyna Wydawnicza Szkoły Głównej Handlowej w Warszawie.

Gruszczyński M., red. (2010) *Mikroekonometria*, Wolters Kluwer, Warszawa

Hausman J.A., W.K. Newey (1995) Nonparametric estimation of exact consumers surplus and deadweight loss, *Econometrica*, 63, s. 1445—1476.

Heckman, J. J., R. Willis (1977) A beta-logistic model for the analysis of sequential labour force participation by married women, *Journal of Political Economy*, 85, s. 27—58.

Heij C., de Boer P., Franses P.H., Kloek T., van Dijk H.K. (2004) *Econometric methods with applications in business and economics*, Oxford University Press.

Hensher D.A., J. M. Rose, W.H. Greene (2005) *Applied choice analysis. A primer*, Cambridge University Press, New York.

Horowitz J. L. (1998) *Semiparametric methods in econometrics*, Springer, New York.

Lee M.-J. (2010) *Microeconometrics. Methods of moments and limited dependent variables*, wyd. 2, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.

Lee M.-J. (2005) *Microeconometrics for policy, program and treatment effects*, Oxford University Press.

Maddala G.S. (1983) *Limited dependent and qualitative variables in econometrics*, Cambridge University Press, Cambridge.

Manski C. F. (1985) Semiparametric analysis of discrete response: asymptotic properties of the maximum score estimator, *Journal of Econometrics*, 27, s. 313—334.

Manski C. F. (1988) Identification of binary response models, *Journal of the American Statistical Association*, 83, s. 729—738.

Manski C. F. (1995) *Identification problems in the social sciences*, Cambridge University Press, Harvard.

Manski C. F. (2003) *Partial identification of probability distributions*, Springer, New York.

Matzkin R. L. (1994) Restrictions of economic theory in nonparametric methods, w: *Handbook of econometrics*, red. R. F. Engle i D. L. McFadden, Vol. 4. North-Holland, Amsterdam, s. 2523—2558.

Morgan S.L., Winship C., *Counterfactuals and causal inference*, Cambridge University Press.

Nadaraya E. A. (1964) On estimating regression, *Theory of Probability and Its Applications*, 10, s. 141—142.

Train K. (2003) *Discrete choice methods with simulation*, Cambridge University Press, Cambridge.

Watson G. M. (1964) Smooth regression analysis, *Sankhyâ, Series A*, 26, s. 359—372.

Winkelmann R., Boes S. (2006) *Analysis of microdata*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.

Wooldridge J.M. (2002) *Econometric analysis of cross-section and panel data*, MIT Press, Cambridge, Mass.

Michał MAJSTEREK[12]

WIEDZA A PRIORI W PRZYPADKU SKOINTEGROWANIA ZMIENNYCH

1. Wstęp

Nakładanie restrykcji w modelach ze zmiennymi niestacjonarnymi (w szczególności ze zmiennymi skointegrowanymi) na stałe weszło już do kanonu współczesnej ekonometrii. Pozwala bowiem przejść od z definicji wolnego od apriorycznej wiedzy ekonomicznej modelu wektorowej autoregresji VAR do modelu ustrukturalizowanego, którego parametry mają już klarowną interpretację ekonomiczną. W literaturze przedmiotu (Johansen (1995a), Juselius (2006)), także w opracowaniach polskojęzycznych (Majsterek (2005), (2008)) dominowało podejście podmiotowe w odniesieniu do tych restrykcji. W szczególności, nacisk położony był na konsekwencje restrykcji nakładanych na macierz mnożników całkowitych (zwłaszcza na warunek niepełnego rzędu tej macierzy), macierz kointegracyjną, czy macierz dostosowań.

Celowe wydaje się więc spojrzenie nieco inne: przedmiotowo — problemowe. W niniejszym artykule restrykcje pokazane zostały pod kątem celu, któremu służą. Szczególny nacisk położony został na problematykę wzajemnego zagnieżdżenia modeli w sytuacjach, gdy taki związek pomiędzy nimi nie jest oczywisty, a jego wybór może implikować pewne statystyczne i ekonomiczne konsekwencje. O ile bowiem w przypadku uwzględniania teorii ekonomicznej w relacjach długookresowych wybór pomiędzy hipotezą zerową i alternatywną wydaje się oczywisty, w przypadku wyboru pomiędzy stacjonarnością procesu a zintegrowaniem w stopniu dodatnim (lub skointegrowaniem i nieskointegrowaniem zmiennych) wybór taki jest arbitralny i zależy w dużej mierze od wyboru strategii nakładania i testowania restrykcji.

Struktura pracy jest następująca. W punkcie drugim rozważane są sposoby formułowania problemu wyboru pomiędzy zmiennymi stacjonarnymi a przyrostostacjonarnymi (zintegrowanymi w stopniu dodatnim) w przypadku jedno- i wielowymiarowym. W części trzeciej przedmiotem zainteresowania jest sposób wprowadzania restrykcji egzogeniczności do modeli wielorównaniowych i związany z tym problem liczby równań modelu. Nie zawsze rezultaty odpowiednich

[12] Uniwersytet Łódzki.

testów dają wewnętrznie spójne wskazania, co dodatkowo może komplikować analizę. W części czwartej przedmiotem zainteresowania jest nakładanie konkretnych restrykcji ekonomicznych (np. jednorodności) do modelu. Punkt piąty poświęcony jest analizie konsekwencji uwzględnienia w modelu zmiennych zintegrowanych w stopniu drugim. Całość zamyka podsumowanie.

2. Wybór pomiędzy modelem ze zmiennymi I(0) lub I(1)

Uwzględnienie możliwości niestacjonarności procesów generujących zmienne wiąże się z koniecznością weryfikacji dodatkowych hipotez dotyczących stopnia integracji zmiennych użytych w modelu, a następnie skointegrowania tychże zmiennych. Przez wiele lat w analizie kointegracyjnej dominowało właśnie takie podejście — w pierwszej kolejności ustalano stopień integracji zmiennych w modelu, a następnie, w zależności od wyników tychże testów, ograniczano się do klasycznej analizy przyczynowo – skutkowej (gdy wszystkie zmienne okazywały się stacjonarne, I(0)) lub stosowano podejście kointegracyjne. Taka strategia modelowania dominuje do dziś w przypadku wielkich modeli ekonometrycznych, w odniesieniu do których z przyczyn technicznych niewygodne jest stosowanie wielowymiarowej analizy kointegracyjnej opartej na modelach wektorowej autoregresji (VAR). W przypadku modeli strukturalnych (ang. *large-scale simultaneous equation model*, SEM) w dalszym ciągu niezastąpione jest dwustopniowe podejście Engle`a i Grangera (1987). Należy jednak zwrócić uwagę na nieco odmienny charakter weryfikacji hipotez „ekonomicznych" oraz testowania stopnia integracji procesu generującego zmienną. W tym pierwszym przypadku jest sprawą oczywistą, że model spełniający daną restrykcję (np. jednorodności) jest zagnieżdżony w modelu bardziej ogólnym, tj. w takim, dla którego dany warunek poboczny nie musi być spełniony. W przypadku identyfikacji stopnia integracji jest inaczej — rozstrzygnięcie, czy proces stacjonarny jest szczególnym przypadkiem niestacjonarnego, czy też odwrotnie jest ściśle związane z przyjętą strategią testowania. Wybór takowej nie pozostaje z kolei bez wpływu na końcowe wyniki.

W najpopularniejszych i historycznie najstarszych testach pierwiastka jednostkowego DF i ADF zaproponowanych przez Dickey`a i Fullera (1979) istnienie pierwiastka jednostkowego w procesie autoregresyjnym[13] generującym daną zmienną (jest to immanentna cecha procesu błądzenia losowego) traktowane jest jako przypadek zagnieżdżony w ogólnym przypadku, gdy pierwiastki te leżą poza kołem jednostkowym. Jeśli wykluczy się zjawisko integracji sezonowej (pierwiastki procesu AR leżą na kole jednostkowym, ale są zespolone lub równe minus jeden) oraz procesy eksplodujące (pierwiastki wewnątrz koła jednostkowego), to wówczas łatwo powiązać hipotezę zerową $H_0 : y \sim I(1)$ wobec alternatywy

[13] Proces generujący zmienną może mieć bardziej skomplikowany charakter, ale kluczowe są właśnie wartości pierwiastków związanych z częścią autoregresyjną procesu.

$H_1 : y \sim I(0)$) z zagnieżdżeniem procesu I(1) w procesie I(0). Dzieje się tak, gdyż testowanie na podstawie ADF opiera się na regresji testowej:

$$\Delta y_t = (\alpha_1 - 1) y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{1}$$

gdzie hipoteza istnienia pierwiastka jednostkowego jest tożsama z $\alpha_1 - 1 = 0$ wobec alternatywy $\alpha_1 - 1 < 0$ oznaczającej stacjonarność procesu.

Wybór testów z rodziny KPSS (szerzej: Charemza, Syczewska (1998), Syczewska (1999)), w którym sprawdzianem jest statystyka:

$$KPSS = \frac{\sum_{t=1}^{T} S_t^2}{T^2 s^2}, \tag{2}$$

gdzie:

$$S_t^2 = (\sum_{i=1}^{t} e_i)^2 \tag{2a}$$

$$s^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^{T} e_t^2 + 2T^{-1} \sum_{j=1}^{8} w(j) \sum_{t=j+1}^{T} e_t e_{t-j} \tag{2b}$$

$$w(j) = 1 - \tfrac{j}{9}, \tag{2c}$$

zaś e_t są resztami empirycznymi z regresji: $\hat{y}_t = \beta_0 + \beta_1 t + e_t$ lub $\hat{y}_t = \beta_0 + e_t$, oznacza opowiedzenie się za strategią, w której to proces stacjonarny jest zagnieżdżony w procesie I(1). Test KPS opiera się nie na powiązaniach niestacjonarności z autokorelacją składnika losowego, ale można go zaliczyć do klasy testów homoskedastyczności. W tym więc przypadku hipoteza zerowa, jak w bardzo podobnym teście Breuscha–Pagana (szerzej opisany w: Welfe (2009)) oznacza homoskedastyczność, a więc stacjonarność procesu generującego zmienną, a hipoteza alternatywna — proces I(1).

Wadą wszystkich jednowymiarowych testów stacjonarności (KPSS) i integracji (DF, ADF) jest ich niska moc.

W przypadku wielowymiarowym problem komplikuje się jeszcze bardziej. Jeżeli liczba zmiennych w modelowanym systemie przekracza 2, zaleca się rozważanie modelu wektorowej korekty błędem (VECM):

$$\Delta \mathbf{Y}_t = \Pi \mathbf{Y}_{t-1} + \sum_{s=1}^{S-1} \Gamma_s \Delta \mathbf{Y}_{t-s} + \Sigma_t \tag{3}$$

gdzie $\mathbf{Y}_t$ są macierzami M zmiennych, Π — macierz mnożników długookresowych, Γ_s - macierz mnożników krótkookresowych, M — liczba zmiennych.

Istnienie jakichkolwiek procesów niestacjonarnych w modelu traktowane jest jako przypadek szczególny (a więc testuje się go poprzez nakładanie restrykcji) ogólnego przypadku łącznej stacjonarności. Do weryfikacji hipotezy o braku łącznej stacjonarności (a więc istnienia co najmniej jednego procesu z długą pamięcią) służą statystyka śladu oraz test największej wartości własnej – obie oparte na ilorazie wiarygodności. Jeżeli model zawiera wyłącznie zmienne generowane przez procesy stacjonarne, wówczas należy oczekiwać odrzucenia hipotezy, że rząd macierzy Π jest mniejszy niż jej wymiar ($H_0 : \overline{R} = R < M$) na rzecz alternatywy: $H_0 : \overline{R} = M$. Oznacza to, że przestrzeń zmiennych jest tożsama z przestrzenią związków stacjonarnych, brak więc w modelu miejsca na impulsy trwale wytrącające system ze stanu równowagi. Należy podkreślić, że wykorzystanie testów rzędu macierzy Π do analizy integracyjnej ma ograniczoną stosowalność. Na ich podstawie nie można bowiem odpowiedzieć ani na pytanie, które procesy są niestacjonarne, ani nawet ustalić liczby zmiennych generowanych przez procesy niestacjonarne. Można jednak traktować ów test jako pierwszy krok analizy integracyjnej i kointegracyjnej (szczególnie, gdy weźmie się pod uwagę niską moc testów pierwiastka jednostkowego). Jeżeli stwierdzi się łączną stacjonarność, przerywa się analizę kointegracyjną i powraca do klasycznej analizy ekonometrycznej. Jeżeli hipoteza niepełnego rzędu macierzy Π nie zostaje odrzucona, wówczas celowa jest dekompozycja tej macierzy

$$\Pi = \mathbf{AB}^T \tag{4}$$

gdzie:

A — macierz dostosowań (wag) o wymiarach $M \times R$,

B — macierz $M \times R$ – wymiarowa składająca się z R bazowych wektorów kointegracji.

Jednym ze sposobów testowania stacjonarności (tym razem konkretnych) zmiennych modelu jest weryfikacja hipotez dotyczących macierzy kointegracyjnej.

Juselius (2006) omawia inne sposoby wprowadzania restrykcji, w dalszym ciągu za punkt wyjścia przyjmując oszacowaną metodą Johansena przestrzeń kointegracyjną. W ogólności rozważa zbiór restrykcji:

$$\mathbf{B} = [\beta_1 \vdots \ldots \vdots \beta_R] = [\mathbf{H}_1\Theta_1 \vdots \ldots \vdots \mathbf{H}_R\Theta_R], \tag{5}$$

gdzie:

β_r — wektory kointegrujące ($r = 1,\ldots,R$);

$\mathbf{H}_r$ — macierz restrykcji o wymiarach $M \times (M - V_r)$ nakładanych na r-ty wektor kointegrujący;

Θ_r — wektor $(M - V_r)$-wymiarowy;

$\mathbf{H}_r\Theta_r$ — restrykcje nakładane na r-ty wektor kointegrujący;

V_r — liczba restrykcji nakładanych na r-ty wektor kointegrujący.

Oznacza to, że dopuszczalne są odmienne restrykcje (lub w ogóle ich brak) dla różnych wektorów kointegrujących.

W analogiczny sposób można przedstawić restrykcje w postaci dualnej:

$$\mathbf{R}_r\beta_r = \mathbf{0} \qquad (r = 1,\ldots,R), \tag{6}$$

gdzie $\mathbf{R}_r$ jest $V_r \times M$ – wymiarową macierzą restrykcji na r-ty wektor kointegrujący.

Przykładem prostego sposobu nałożenia restrykcji stacjonarności jest zdefiniowanie macierzy restrykcji $\mathbf{H}_r$:

$$\mathbf{H}_r^T = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T, \tag{7}$$

równoważne z założeniem, że pierwsza zmienna w systemie jest generowana przez proces stacjonarny. Wadą tego sposobu badania stacjonarności zmiennej jest arbitralność, wynikająca z przyjętych założeń dotyczących r-tego wektora kointegrującego. Problemem jest bowiem dyskusyjność interpretacji konkretnych wektorów kointegrujących w kategorii równań długookresowej równowagi.

Techniki nakładania restrykcji zdekomponowanych na różne wektory kointegrujące (5) lub (6), tworzące macierz $\mathbf{B}$, pozwalają w szczególnych przypadkach zakładać, a następnie testować stacjonarność pewnych procesów wynikowych. Na przykład, gdyby przyjąć, że pierwsza zmienna w modelu oznacza nominalny kurs walutowy, natomiast druga — ceny, przy czym obydwie zmienne są w postaci logarytmów, wówczas restrykcja:

$$1\beta_{1r} + 1\beta_{2r} + 0\beta_{3r} + 0\beta_{4r} + 0\beta_{5r} + 0\beta_{6r} = 0 \Rightarrow \beta_{1r} = -\beta_{2r}, \tag{8}$$

nałożona na r-ty wektor kointegrujący byłaby równoznaczna z założeniem stacjonarności realnego kursu walutowego.

Jak więc widać, we wszystkich omawianych przypadkach testowania stacjonarności konkretnej zmiennej (lub zespołu zmiennych) modelu VECM, stacjonarność traktuje się jako szczególny przypadek ogólnie niestacjonarnego modelu VECM, ten jednak (paradoksalnie) jest zagnieżdżony w najbardziej ogólnym przypadku łącznej stacjonarności.

Zupełnie odmiennie postępuje się, gdy stacjonarność łączną (lub tylko stacjonarność procesu generującego konkretną zmienną) analizuje się nie bezpośrednio na podstawie modelu VECM, ale jego rozwiązania względem w ogólności niesta-

cjonarnych szoków. Jeżeli uwzględni się możliwość istnienia trendów stochastycznych I(1), wówczas rozwiązaniem modelu (1) jest:

$$\mathbf{Y}_t = \widetilde{\mathbf{B}}_{\perp}\mathbf{A}_{\perp}^T\sum_{i=1}^{t}\Sigma_i + C(L)\Sigma_t \qquad (9)$$

gdzie

$\mathbf{A}_{\perp}$, $\mathbf{B}_{\perp}$ - dopełnienia ortogonalne odpowiednio macierzy $\mathbf{A}$ oraz $\mathbf{B}$;

$\widetilde{\mathbf{B}}_{\perp} = \mathbf{B}_{\perp}(\mathbf{A}_{\perp}^T(\sum_{s=1}^{S-1}\Gamma_s - \mathbf{I})\mathbf{B}_{\perp})^{-1}$ - macierz dostosowań do wspólnych trendów stochastycznych I(1).

Wzór (9) pozwala zdekomponować szoki oddziałujące na każdą ze zmiennych modelu na krótkookresowe impulsy $C(L)\Sigma_t$ oraz długookresowe trendy stochastyczne $\mathbf{A}_{\perp}^T\sum_{i=1}^{t}\Sigma_i$. Łączna stacjonarność zmiennych w modelu jest tu więc równoznaczna z zerowym rzędem macierzy $\mathbf{A}_{\perp}$ lub $\mathbf{B}_{\perp}$ (ta pierwsza definiuje wspólne trendy stochastyczne). Przypadek ten (oznaczający, że w modelu działają tylko szoki krótkookresowe) jest więc zagnieżdżony w ogólnym rozwiązaniu I(1). Sytuacja jest więc przeciwna w stosunku do analizy opartej bezpośrednio na modelu VECM. Restrykcja niepełnego rzędu macierzy $\mathbf{A}_{\perp}$ lub $\mathbf{B}_{\perp}$ nie ma natomiast interpretacji, z kolei pełny rząd tych macierzy posiada wprawdzie klarowną interpretację, ale dopiero na gruncie analizy kointegracyjnej. Ciekawych dodatkowych informacji dostarcza natomiast analiza stacjonarności prowadzona na podstawie macierzy dopełnień ortogonalnych. Prosta analiza integracyjna (testy pierwiastka jednostkowego) ma bardzo mechaniczny charakter. Pozwala jedynie stwierdzić lub wykluczyć obecność długiej pamięci w procesie generującym zmienną. Restrykcje nakładane na macierz kointegrującą są ciekawsze dla ekonomisty, gdyż problem niestacjonarności zmiennej analizowany jest w kontekście interakcji z innymi zmiennymi modelu (Juselius (1999), (2006) pokazuje, że stopień integracji zmiennej nie musi być postrzegany jako niezmiennicza cecha generującego go procesu). Jeszcze ciekawszych, zwłaszcza dla polityki gospodarczej, wniosków dostarczyć może analiza macierzy dopełnień ortogonalnych. Źródła niestacjonarności w systemie można zidentyfikować na podstawie analizy macierzy $\mathbf{A}_{\perp}$. Wspólne trendy stochastyczne zawarte w $\mathbf{A}_{\perp}^T\sum_{i=1}^{t}\Sigma_i$ pochodzą z niezerowych elementów $\overline{a}_{ij}$ macierzy $\mathbf{A}_{\perp}$. Elementy $\overline{a}_{ij}$ można interpretować jako wagi autonomicznego szoku niestacjonarnego (długookresowego) pochodzą-

cego z i-tej zmiennej w tworzeniu j-tego bazowego wspólnego trendu stochastycznego. W najprostszym przypadku, gdy istnieje tylko jedno źródło j-tego wspólnego trendu stochastycznego (np. pochodzące z i-tej zmiennej) — taki wspólny trend stochastyczny interpretujemy ekonomicznie jako szok autonomiczny z i-tej zmiennej (może to być np. szok cenowy, popytowy). Jeżeli m-ty wiersz macierzy $\mathbf{A}_{\perp}$ zawiera wyłącznie zera, oznacza to, że m-ta zmienna nie jest źródłem niestacjonarności w systemie, szoki z niej pochodzące nie oddziałują trwale na żadną zmienną w modelu. Z powyższych rozważań wynika ważny wniosek, że liczba bazowych wspólnych trendów stochastycznych $M-R$ nie jest tożsama z liczbą zmiennych modelu, które są generowane przez procesy niestacjonarne. Macierz $\widetilde{\mathbf{B}}_{\perp}$ zawiera elementy w_{mr} interpretowane jako wagi r-tego bazowego trendu stochastycznego w odbiorze szoków niestacjonarnych (trwałych) przez m-tą zmienną systemu. Jeżeli cały m-ty wiersz zawiera zera, oznacza to stacjonarność m-tej zmiennej modelu. Z punktu widzenia polityki gospodarczej celowe jest, aby szoki pochodzące od instrumentów polityki monetarnej lub fiskalnej (zakładamy, że jest ona prowadzona w sposób odpowiedzialny) miały długą pamięć (były więc I(1)), lepiej natomiast, aby szoki oddziałujące na takie zmienne miały krótką pamięć (tym samym instrument polityki podlega decydentowi, a nie przypadkowym szokom). W przypadku celów polityki gospodarczej (te z oczywistych powodów trudno dobierać na podstawie analizy integracyjnej) dobrze jest, gdy są one wrażliwe na szoki na nie oddziałujące, ale trudno określić, czy szoki od nich pochodzące powinny mieć długą pamięć (szersza dyskusja w: Majsterek (2008)). Od strony technicznej warto zauważyć, że (podobnie jak to ma miejsce przy analizie na podstawie VECM) stacjonarność szoku pochodzącego z konkretnej zmiennej (lub na nią oddziałującego) jest traktowana jako przypadek szczególny ogólnego modelu I(1). W przypadku analizy opartej na modelu wspólnych trendów stochastycznych ciąg zagnieżdżeń jest więc następujący: ogólny model I(1) — pewne szoki stacjonarne — łączna stacjonarność systemu, co sprawia bardziej spójne wrażenie niż „nieprzechodni" ciąg zagnieżdżeń na podstawie modelu VECM.

3. Restrykcja związków długookresowej równowagi. Egzogeniczność

W przypadku analizy opartej na jednowymiarowym podejściu Engle`a i Grangera (1987) zakłada się jednoznaczny związek długookresowej równowagi (kointegracyjny) pomiędzy zmienną objaśnianą i objaśniającą. Warto zauważyć, że relacja pomiędzy przypadkiem szczególnym i ogólnym jest identyczna, jak w przypadku prostej analizy regresji, gdy ignoruje się zjawisko niestacjonarności procesów generujących zmienne i związane z nim niebezpieczeństwo regresji pozornej. W najprostszych badaniach przyczynowo — skutkowych w ogólnym przypadku pomiędzy zmiennymi zachodzi zależność, w szczególnym zaś neguje się ją poprzez restrykcję wyłączającą. Podobnie w teście Engle`a, Grangera będą-

cym analogonem testu DF hipoteza zerowa zakłada, że parametr $\alpha_1 - 1 = 0$ w modelu:

$$\Delta e_t = (\alpha_1 - 1)e_{t-1} + \varepsilon_t \tag{10}$$

(e_t — reszty empiryczne z regresji pomiędzy zmiennymi), a więc, że składnik losowy jest niestacjonarny, stąd analizowana regresja nie ma charakteru związku długookresowej równowagi.

W przypadku wielowymiarowym, z twierdzenia Johansena (1988) wynika, że w systemie zawierającym M zmiennych może istnieć $0 \leq R < M$ liniowo niezależnych relacji długookresowej równowagi. Wspomniany test rzędu macierzy Π pozwala na mocy elementarnych (por. też dekompozycja (4)) własności rzędu wyznaczyć też rząd macierzy kointegrującej, a co za tym idzie liczbę interpretowalnych ekonomicznie związków długookresowych w modelowanym systemie. W tym przypadku trudno zdefiniować logiczny ciąg zagnieżdżeń. Najbardziej ogólny jest bowiem model z łączną stacjonarnością, w którym relacje kointegracyjne są zbędne, gdyż i tak wszystkie zmienne są stacjonarne. Skoro tak jest, to na każdą zmienną mogą oddziaływać jedynie krótkookresowe szoki i odwrotnie — każda zmienna może być przyczyną jedynie krótkookresowych zachowań innych zmiennych. Można zauważyć, że kolejne coraz bardziej restrykcyjne hipotezy oznaczają coraz mniejszy rząd kointegracji, a co za tym idzie coraz mniejszą liczbę związków długookresowej równowagi. Tym samym, należy oczekiwać, że każda nieodrzucona hipoteza oznacza dodatkową zmienną egzogeniczną w długim okresie. Podobnie jednak, jak test rzędu kointegracji nie pomaga w udzieleniu odpowiedzi na pytanie, które zmienne są generowane przez procesy niestacjonarne, nie można na podstawie jego wskazań ustalić, które zmienne należy traktować jako egzogeniczne. Najprostszy sposób nakładania restrykcji egzogeniczności zdefiniowano w postaci prymalnej:

$$\mathbf{A} = \mathbf{H}^A \mathrm{O}, \tag{11}$$

lub dualnej:

$$\mathbf{R}^A \mathbf{A} = \mathbf{0}, \tag{11a}$$

gdzie:

$\mathbf{H}^A$ — macierz restrykcji o wymiarach $M \times (M - V)$;

$\mathbf{R}^A$ — macierz restrykcji o wymiarach $V \times M$.

O — macierz o wymiarach $(M - V) \times R$, składająca się z wag przypisywanych wektorom kointegracji w opisie zmiennych modelu VECM objaśnianych przez równania, których nie objęto restrykcjami.

Warto zaznaczyć, że w odniesieniu do restrykcji egzogeniczności nie zachodzi potrzeba ich dekompozycji na poszczególne wektory kointegrujące, gdyż restrykcje (11)—(11a) związane są z wierszami (a więc konkretnymi zmiennymi systemu), a nie z kolumnami, czyli z wektorami kointegrującymi.

Restrykcje nakłada się tak, aby odpowiedni (a więc związany ze zmienną, o której zakładamy, że powinna być egzogeniczna) wiersz macierzy wag składał się wyłącznie z zer. Oznacza to, że dana zmienna nie dostosowuje się do żadnej z relacji długookresowej równowagi — jest więc wobec każdej z nich egzogeniczna. Egzogeniczność w długim okresie traktowana jest niekiedy podobnie, jak stacjonarność procesu generującego zmienną (zwłaszcza stacjonarność w sensie odporności na szoki długookresowe pochodzące z systemu). Pozornie więc egzogeniczność można też nakładać poprzez restrykcje na odpowiednie wiersze macierzy $\widetilde{\mathbf{B}}_{\perp}$. Wydaje się, że analogia taka, choć interpretacyjnie atrakcyjna, może nie być pełna. Egzogeniczność w długim okresie oznacza niedostosowanie do żadnej z relacji długookresowej równowagi, zmienna egzogeniczna w długim okresie kointegruje się jednak z przynajmniej niektórymi zmiennymi systemu, inaczej należałoby ją z systemu usunąć. Niepodatność na szoki odśrodkowe pochodzące z tych samych zmiennych systemu powinna więc, ale nie musi być związana z niedostosowaniem do zależności równowagi (dośrodkowymi). Najbardziej zagnieżdżony przypadek (zerowy rząd macierzy $\mathbf{A}$ oznacza wszystkie zmienne egzogeniczne w długim okresie, a jednocześnie brak relacji długookresowej równowagi (rząd macierzy kointegracyjnej równy zeru). Jest to więc przypadek niestacjonarności i nieskointegrowania, a nie (jak mogłoby wynikać z przytoczonej wcześniej analogii) łącznej stacjonarności.

W przypadku analizy kointegracyjnej wychodzącej od modelu wspólnych trendów stochastycznych (9) restrykcja skointegrowania jest ponownie traktowana jako przypadek szczególny, ale tym razem (w przeciwieństwie do analizy opartej na modelu VECM) nie łącznej stacjonarności, ale łącznej niestacjonarności i inieskointegrowania (a więc braku zależności długookresowych). Restrykcja skointegrowania jest więc tożsama z warunkiem niepełnego rzędu macierzy $\mathbf{A}_{\perp}$ lub $\mathbf{B}_{\perp}$.

4. Wiedza a priori o zależnościach długookresowej równowagi

W przypadku jednorównaniowym wiedzę ekonomiczną można wprowadzać poprzez nakładanie warunków pobocznych na parametry. Wiedza *a priori* w modelowaniu może pochodzić przede wszystkim z teorii ekonomicznej i dotyczyć przewidywań dotyczących określonego parametru, jak i związków pomiędzy tymi parametrami. Jednym z rozwiązań jest kalibracja parametrów. Do najczęściej przyjmowanych restrykcji w modelach jednorównaniowych należą:

1) normalizacja,
2) jednorodność (homogeniczność),

3) symetria,
4) restrykcje wyłączające.

W przypadku ogólnym punktem wyjścia do nakładania restrykcji jest autoregresyjny model z rozkładem opóźnień (ang. *autoregressive distributed lag model;* ADL(S,Q,K)), który można zapisać w postaci:

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{s=1}^{S} \alpha_s y_{t-s} + \sum_{k=1}^{K} \sum_{q=0}^{Q} \beta_{kq} x_{k,t-q} + \xi_t \tag{12}$$

Wyróżnia się następujące przypadki szczególne:

1. Model statyczny (ang. *static regression*), $\alpha_s = \beta_{kq} = 0 \quad k = 1,...,K$, $s = 1,...,S$, $q = 1,...,Q$:

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{k=1}^{K} \beta_{k0} x_{kt} + \xi_{a,t} . \tag{12a}$$

2. Model autoregresyjny rzędu $L \leq S$ (ang. *autoregressive* lub *univariate time series*), $\alpha_m = \beta_{kq} = 0 \quad k = 1,...,K$, $q = 0,...,Q$, $m > L$:

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{l=1}^{L} \alpha_l y_{t-l} + \xi_{b,t} . \tag{12b}$$

3. Model częściowego dostosowania Koycka (ang. *Koyck* lub *partial adjustment*); $\alpha_s = \beta_{kq} = 0 \quad k = 1,...,K$, $q = 1,...,Q$, $s = 1,...,S$:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \sum_{k=1}^{K} \beta_{k0} x_{kt} + \xi_{c,t} . \tag{12c}$$

4. Model statyczny ze składnikiem losowym podlegającym procesowi autoregresyjnemu rzędu S (ang. *common factor*), $\beta_0 a(L) = b(L)$:

$$a(L) y_t = \alpha_0 + \beta_0 a(L) x_t + \xi_{d,t} \Leftrightarrow y_t = \alpha_0 / a(L) + \beta_0 x_t + \eta_t , \tag{12d}$$

gdzie $\eta_t = \sum_{s=1}^{S} \alpha_s \eta_{t-s} + \xi_{d,t}$.

Powyższa restrykcja dla $S = 1$ sprowadza się natychmiast do powszechnie znanego warunku: $\beta_1 = -\alpha_1 \beta_0$, dla $S = 2$ jest to już układ: $\beta_1 = -\alpha_1 \beta_0 \wedge \beta_2 = -\alpha_2 \beta_0$.

5. Model, w którym jedynymi zmiennymi objaśniającymi są opóźnione x_t (ang. *leading indicator*), $\alpha_s = \beta_{k0} = 0$, $k = 1,...,K$, $s = 1,...,S$:

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{k=1}^{K}\sum_{q=1}^{Q}\beta_{kq}x_{k,t-q} + \xi_{f,t}. \tag{12e}$$

6. Model Almon, w którym y_t jest funkcją skończonego rozkładu opóźnień zmiennych objaśniających (ang. *finite distributed lag*), $\alpha_s = 0$ $s = 1,...,S$:

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{k=1}^{K}\sum_{q=0}^{Q}\beta_{kq}x_{k,t-q} + \xi_{g,t}. \tag{12f}$$

7. Model reakcji z opóźnieniem (ang. *dead start*), $\beta_{k0} = 0$ $k = 1,...,K$:

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{s=1}^{S}\alpha_s y_{t-s} + \sum_{k=1}^{K}\sum_{q=1}^{Q}\beta_{kq}x_{k,t-q} + \xi_{h,t}. \tag{12g}$$

8. Model reakcji proporcjonalnej (ang. *proportional response*), $\beta_{ks} = -\alpha_s$ $s = q = 1,...,S$, $k = 1,...,K$:

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{s=1}^{S}\alpha_s(y_{t-s} - \sum_{k=1}^{K}x_{k,t-s}) + \sum_{k=1}^{K}\beta_{k0}x_{kt} + \xi_{i,t} \tag{12h}$$

9. Jednorodny model korekty błędem (ang. *homogeneous error correction*): $a(L) = b(L)$

$$\Delta y_t = \alpha_0 + (\alpha_1 - 1)(y_{t-1} - \sum_{k=1}^{K}x_{k,t-1}) + \sum_{s=2}^{S}\alpha_s(y_{t-s} - \sum_{k=1}^{K}x_{k,t-s}) + \sum_{k=1}^{K}\beta_{k0}\Delta x_{kt} + \xi_{i,t} \tag{12i}$$

Bardziej skomplikowany jest analogon restrykcji prowadzącej od modelu ADL(1,1) do reprezentacji na pierwszych przyrostach. Hendry, Pagan, Sargan (1984) podali uogólnienie takiego modelu dla ADL(S,Q,K). Restrykcje te mają postać: $\sum_{q=0}^{Q}\beta_{kq} = 0 \wedge \sum_{s=1}^{S}\alpha_s = 1$. Otrzymuje się wówczas:

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \sum_{s=1}^{S-1}\alpha_s^*\Delta y_{t-s} + \sum_{k=1}^{K}\sum_{q=0}^{Q-1}\beta_{k,t-q}^*\Delta x_{k,t-Q} + \xi_{i,t} \tag{12j}$$

gdzie: $\alpha_s^* = \sum_{r=1}^{s}\alpha_r - 1$, $\beta_{kq}^* = \sum_{r=0}^{q}\beta_{kr}$.

Można jednak, gdy $S \geq 2$ rozważać modele ze zmiennymi w postaci przyrostów wyższego rzędu. Przykładowo, dla $S = 2$ warunki dodatkowe: $\alpha_1 = 2 \wedge \alpha_2 = -1 \wedge \beta_{k1} = -2\beta_{k0} \wedge \beta_{k2} = \beta_{k0}$ prowadzą do modelu „statycznego" na drugich przyrostach, który pewne zastosowanie może mieć w odniesieniu do zmiennych zintegrowanych w stopniu drugim (szerzej w punkcie 5). Rozważanie modeli z wyższym rzędem różnicy niż dwa wydaje się nie mieć ciekawszej interpretacji ekonomicznej.

W modelach wielorównaniowych dochodzą jeszcze przede wszystkim restrykcje marginalizujące (egzogeniczności) oraz niekiedy restrykcje krzyżowe pomiędzy równaniami (ang. *cross-restrictions*).

W wielowymiarowej analizie kointegracyjnej najistotniejsze z ekonomicznego punktu widzenia są takie restrykcje, które prowadzą do strukturalizacji (częściej jedynie quasi-strukturalizacji) „ateoretycznego" modelu VECM. Problem ten warto prześledzić dla restrykcji ekonomicznych postaci (5) lub dualnie (6) czyli zdekomponowanych na konkretne wektory kointegrujące. W ten sposób rozwiązany zostaje problem restrykcji wyłączających w odniesieniu do konkretnego równania (bez usuwania takiej zmiennej z modelu). Posłużenie się ogólną postacią restrykcji (bez dekompozycji na wektory kointegrujące) prowadzić mogłoby jedynie do usunięcia danej zmiennej z systemu (jeśli macierz restrykcji wymuszałaby odpowiedni wiersz zer w macierzy kointegrującej). W restrykcjach zdekomponowanych, zerowy element β_{kr} oznacza, że a priori wykluczamy obecność k-tej zmiennej modelu w r-tym równaniu. Taki sposób nakładania restrykcji ma sens jednak jedynie wówczas, gdy istnieją przesłanki statystyczne i ekonomiczne do przypuszczeń, że r-ty wektor kointegrujący związany jest z jakąś konkretną, np. m-tą modelu. Zasadność nakładania takich restrykcji weryfikuje się testem ilorazu wiarygodności. W tym celu należy wykorzystać statystykę ilorazu wiarygodności, która po zlogarytmowaniu przyjmuje postać:

$$Q = T[\sum_{r=1}^{R} \ln(1-\tilde{\lambda}_r) - \sum_{r=1}^{R} \ln(1-\hat{\lambda}_r)], \tag{13}$$

gdzie $\tilde{\lambda}_r$ to oszacowania wartości własnych, odpowiadające wektorom kointegrującym uwzględniającym nałożone warunki poboczne, zaś $\hat{\lambda}_r$ - wektorom bez restrykcji. Przy założeniu prawdziwości hipotezy zerowej, statystyka Q ma rozkład χ^2 z liczbą stopni swobody równą $\sum_{r=1}^{R}(M-R-(M-V_r)+1)$, gdyż w każdym z równań nakłada się $M-(M-V_r)+1 = V_r+1$ restrykcji, z których $V_r - R + 1$ ma charakter re-

strykcji ponad liczbę wymaganą do zapewnienia identyfikowalności (Johansen (1995a, s.112)).

Statystyka (13) służyć może do testowania również bardziej złożonych hipotez parametrycznych, w szczególności do weryfikacji warunków jednorodności. Przykładem prostego sposobu nałożenia restrykcji stałych korzyści skali (szczególny typ warunku homogeniczności) jest zdefiniowanie macierzy restrykcji $\mathbf{H}_r$ dla modelu zawierającego trzy zmienne:

$$\mathbf{H}_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{14a}$$

lub dualnie

$$\mathbf{R}_r = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{14b}$$

5. Przypadek obecności trendów I(2)

W przypadku analizy integracyjnej biorącej za podstawę model VECM wygodnie jest przyjąć za punkt wyjścia następującą prostą izomorficzną transformację VECM postaci (3):

$$\Delta^2 \mathbf{y}_t = \Pi \mathbf{y}_{t-1} + \Gamma \Delta \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{s=1}^{S-2} \Psi_s \Delta^2 \mathbf{y}_{t-s} + \Sigma_t \tag{15}$$

gdzie $\Gamma = \sum_{s=1}^{S-1} \Gamma_s - \mathbf{I}$, $\Psi_s = -\sum_{j=s+1}^{S-1} \Gamma_j$.

Wówczas model ze zmiennymi generowanymi przez proces stochastyczny I(2) traktować można jako zagnieżdżony w modelu ze zmiennymi I(1) (a ten jest, jak wynika z wcześniejszych rozważań, traktowany jako szczególny przypadek I(0)). Tak więc zakłada się $I(2) \subset I(1) \subset I(0)$. Restrykcja I(2) w I(1) jest analogonem restrykcji I(1) w I(0), gdyż ponownie wiąże się z warunkiem niepełnego rzędu macierzy, tym razem $r(\mathbf{A}_\perp^T \Gamma \mathbf{B}_\perp) < M - R$ wobec hipotezy alternatywnej: $r(\mathbf{A}_\perp^T \Gamma \mathbf{B}_\perp) = M - R$ implikującej model ze zmiennymi co najwyżej I(1).

Podobnie jak ma to miejsce w przypadku modelu ze zmiennymi I(1) można również starać się analizować stacjonarność konkretnych zmiennych w modelu I(2) lub też (co jest *novum*) weryfikować hipotezę, że dana kategoria ekonomiczna jest zintegrowana w stopniu pierwszym. Otrzymywane w klasycznej procedurze Johansena (1988) macierze kointegrująca oraz macierz wag są jednak w tym przypadku mało konkluzywne. Dzieje się tak dlatego, że macierz $\mathbf{B}$ zawiera

wówczas zarówno związki bezpośredniej kointegracji CI(2,2), jak i związki kointegracyjne typu CI(2,1), które uwidoczniają się dopiero w (bardzo) długim okresie, a tym samym dostosowanie do nich jest znacznie wolniejsze niż do zaznaczających się już w średnim okresie związków typu CI(2,2). Wygodnie jest więc skorzystać z następujących wzorów Haldrup (1999)):

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}\Lambda^T \tag{16a}$$

$$\mathbf{B}_0 = \mathbf{B}\Lambda_\perp^T \tag{16b}$$

gdzie:

$\mathbf{B}_0$ — $M \times R_0$ macierz składająca się z R_0 bazowych wektorów kointegracji typu CI(2,2);

$\mathbf{B}_1$ — $M \times R_1$ macierz składająca się z R_1 bazowych wektorów kointegracji typu CI(2,1);

$\Lambda_\perp^T$ — $R \times R_0$ macierz projekcji w przestrzeń bezpośrednich zależności kointegracyjnych CI(2,2);

Λ^T — $R \times R_1$ macierz projekcji w przestrzeń zależności kointegracyjnych CI(2,1);

$$R_0 + R_1 = R \tag{17}$$

Dzięki powyższym dekompozycjom, restrykcje stacjonarności konkretnej zmiennej (lub pewnych zmiennych wynikowych) nakładać można na macierz $\mathbf{B}_0$ w sposób analogiczny, jak w odniesieniu do macierzy $\mathbf{B}$ w analizie I(1). Z kolei weryfikacja hipotezy, że zmienna jest I(1) przeprowadzana jest poprzez analogiczne restrykcje w stosunku do macierzy $\mathbf{B}_1$, która definiuje związki kointegracyjne ze składnikiem losowym zintegrowanym w stopniu pierwszym. Należy zaznaczyć, że dekompozycje (16a)-(16b) są przydatne również w przypadku weryfikacji hipotez dotyczących związków długookresowej równowagi, np. spełnienia w długim okresie warunku jednorodności. Przykładowo, w dziedzinie I(1) hipoteza NAIRU (nieprzyśpieszającej inflacji stopy bezrobocia), która zakłada jednostkową wartość mnożnika długookresowego płac nominalnych względem kosztów utrzymania, jest tożsama ze stacjonarnością płac realnych. W przypadku, gdy założymy (w odniesieniu do indeksu kosztów utrzymania jest to założenie bardzo łatwe do pozytywnej weryfikacji, szerzej Majsterek (2008)), że obydwie kategorie są I(2), wówczas przejście do modelowania płac realnych jest celowe

nawet wówczas, gdy płace te są I(1). Dzieje się tak dlatego, że jednorodna kombinacja dwóch zmiennych I(2) może być I(1), a wówczas oznacza to homogeniczność długookresową (ale niespełnioną jeszcze w średnim okresie). W przypadku niektórych gospodarek można jednak zidentyfikować jednorodną zależność płacowo — cenową typu CI(2,2). Taki rezultat (por. np. Kębłowski, Majsterek, Welfe (2008)) świadczy o bardzo silnym sprzężeniu płacowo — cenowym w gospodarce polskiej okresu transformacji.

W „podręcznikowym" podejściu do analizy kointegracyjnej dominuje pogląd, że dwie zmienne zintegrowane w różnym stopniu nie mogą się nigdy skointegrować (bez pośrednictwa co najmniej trzeciej zmiennej). Ostatnio jednak dominuje pogląd (por. np. Juselius (2006)), że stopień integracji procesu generującego zmienną nie jest immanentną cechą tejże zmiennej i może ewoluować. Zidentyfikowany przez badacza stopień integracji zależy też niekiedy od częstości i długości próby. Powiązanie stopnia integracji procesu z tzw. półokresem wygaszania[14] pozwala spojrzeć na problem skointegrowania z jeszcze innej strony (por. np. Rubaszek, Serwa (2009)). Wydaje się więc, że w tym kontekście pewnym przeżytkiem, zwłaszcza w przypadku analizy modelu ze zmiennymi I(2), jest dychotomiczne postawienie zagadnienia: skointegrowanie zmiennych lub nieskointegrwanie. Lepiej jest używać terminologii bardziej adekwatnej: szybsze lub wolniejsze kointegrowanie się zmiennych, co w przełożeniu na implikacje ekonomiczne oznacza szybsze lub wolniejsze dochodzenie systemu do długookresowej równowagi po zaistnieniu szoku wytrącającego z takiego stanu.

W modelach ze zmiennymi I(2) nieco inaczej formułuje się też hipotezy dotyczące skointegrowania zmiennych. Stosowane są dwa podejścia. Najprostsze polega na procedurze sekwencyjnej, będącej konsekwentnym uzupełnieniem dwustopniowej metody Johansena. W pierwszym kroku wyznaczany jest klasycznie (za pomocą testu śladu lub największej wartości własnej) rząd kointegracji, przy czym dzieje się to przy założeniu pełnego rzędu macierzy $\mathbf{A}_{\perp}^{T}\Gamma\mathbf{B}_{\perp}$. W następnym kroku ustala się rzeczywisty rząd tej ostatniej macierzy tożsamy z liczbą bazowych wspólnych trendów stochastycznych I(1) P_1 oraz liczbę bazowych wspólnych trendów stochastycznych I(2) równą $P_2 = M - R - P_1$. Ponownie stosuje się klasyczne procedury testowe oparte na ilorazie wiarygodności (dopuszczalny jest zarówno testu śladu, jak i największej wartości własnej, choć najlepiej wybrać test śladu, co sugeruje Juselius (1999)). Rozmiar klasycznego testu rzędu kointegracji (krok pierwszy) jest jednak poprawny tylko wówczas, gdy prawdziwa jest hipoteza o pełnym rzędzie macierzy $\mathbf{A}_{\perp}^{T}\Gamma\mathbf{B}_{\perp}$. Johansen (1995b) oraz Paruolo (1996) zaproponowali łączny test dla ustalenia zarówno

[14] Chodzi tu wygaszanie impulsów wytrącających zmienną ze ścieżki długookresowej rónowagi.

rzędu kointegracji R, jak i P_1. Jest to test rzędu macierzy $\mathbf{A}_{\perp}^{T}\Gamma\mathbf{B}_{\perp}$ przy założeniu, że rząd Π jest ustalony. Sprawdzianem jest statystyka Q:

$$Q(P_1, R) = TRACE(R) + TRACE(P_1 / R), \tag{18}$$

gdzie $TRACE$ są wartościami odpowiednich statystyk śladu.

Testowanie rozpoczyna się od hipotezy łącznej $H_0 : R = 0 \wedge P_1 = 0$ i w przypadku jej odrzucenia testuje się kolejne: $H_0 : R = 0 \wedge P_1 = 1$ $H_0 : R = 0 \wedge P_1 = 2$, ..., $H_0 : R = 1 \wedge P_1 = 0$ aż do ostatniego potencjalnie zespołu hipotez $H_0 : R = M - 1 \wedge P_1 = 1$ przeciwko $H_1 : R = M$. Procedurę przerywa się przy pierwszej hipotezie zerowej, której nie można odrzucić. Ostatecznie, wyznaczenie P_1 pozwala na ustalenie P_2, które z kolei na mocy warunku kointegracji wielomianowej (por. Juselius (2006)) jest równe R_1.

Podsumowując rozważania, pomimo istotnej komplikacji procedury testowej jedno w stosunku do modelu VECM ze zmiennymi I(1) nie ulega zmianie. Modelem najmniej restrykcyjnym (w sensie braku ograniczeń nakładanych na rząd odpowiednich macierzy) jest model ze zmiennymi łącznie stacjonarnymi, najbardziej restrykcyjnym – model z nieskointegrowanymi zmiennymi I(2). Wymaga on, bowiem nieodrzucenia restrykcji zarówno dotyczących zerowego rzędu klasycznej macierzy kointegracyjnej $\mathbf{B}$, jak i macierzy $\mathbf{A}_{\perp}^{T}\Gamma\mathbf{B}_{\perp}$ (zerowy rząd macierzy oznacza brak również związków średniookresowych z dobrym przybliżeniem utożsamianych z zależnościami cyklicznymi). Zakłada się następujący cykl zagnieżdżeń: $I(2) \subset I(1) \subset I(0)$.

Biorąc za punkt wyjścia model wspólnych trendów stochastycznych powinno się rozpocząć analizę od rozwiązania modelu VECM dla przypadku obecności trendów stochastycznych I(2), które to rozwiązanie, bez względu na to, czy analizujemy model (3), czy (15) jest postaci:

$$\mathbf{Y}_t = C_1 \sum_{i=1}^{t} \Sigma_i + C_2 \sum_{j=1}^{t} \sum_{i=1}^{j} \Sigma_i + C(L)\Sigma_t \tag{18a}$$

Jeżeli macierz C_2 jest niezerowa, można ją zdekomponować na

$$C_2 = \widetilde{\mathbf{B}}_{2\perp}\mathbf{A}_{2\perp}^{T}, \tag{19}$$

gdzie

$$\widetilde{\mathbf{B}}_{2\perp} = \mathbf{B}_{2\perp}(\mathbf{A}_{2\perp}^{T}(\Gamma\mathbf{B}(\mathbf{B}^T\mathbf{B})^{-1}(\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\Gamma - \sum_{s=1}^{S-2}\Psi_s)\mathbf{B}_{2\perp}^{T})^{-1} \tag{19a}$$

$\mathbf{A}_{2\perp}$ — $M \times P_2$ macierz współczynników definiujących P_2 bazowych wspólnych trendów stochastycznych I(2), przy czym $P_1 + P_2 = M - R$,

$\mathbf{B}_{2\perp}$ — macierz o wymiarach $M \times P_2$.

$\widetilde{\mathbf{B}}_{2\perp}$ jest macierzą dostosowań do wspólnych trendów stochastycznych I(2). C_1 mierzy średniookresowe szoki I(1), zaś $C(L)$ stacjonarne (krótkookresowe) zakłócenia. Jeżeli $C_2 = \mathbf{0}$, wówczas (18a) można uprościć do modelu wspólnych trendów stochastycznych I(1). Tym samym, podobnie jak miało to miejsce w przypadku wyboru pomiędzy modelem ze zmiennymi I(0) oraz I(1), to model I(1) jest w tym podejściu zagnieżdżony w modelu I(2). Z kolei (jak było to wspomniane w punkcie 2) model ze zmiennymi łącznie stacjonarnymi jest traktowany w tym podejściu jako szczególny przypadek I(1). Powyższa procedura zakłada więc $I(2) \supset I(1) \supset I(0)$. Dzięki zdefiniowaniu powyższych macierzy możliwe jest wyznaczenie macierzy projekcji $\Lambda^T = (\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\Gamma\mathbf{B}_{2\perp}(\mathbf{B}_{2\perp}^T\mathbf{B}_{2\perp})^{-1}$ wspomnianej przy dekompozycji przestrzeni kointegracyjnej.

W celu otrzymania macierzy $\mathbf{A}_{2\perp}$ oraz $\mathbf{B}_{2\perp}$ należy skorzystać z wzorów umożliwiających projekcję otrzymanej z modelu I(1) przestrzeni wspólnych trendów:

$$\mathbf{A}_{1\perp} = \mathbf{A}_{\perp}(\mathbf{A}_{\perp}^T\mathbf{A}_{\perp})^{-1}\Xi \tag{20a}$$

$$\mathbf{B}_{1\perp} = \mathbf{B}_{\perp}(\mathbf{B}_{\perp}^T\mathbf{B}_{\perp})^{-1}\mathrm{N} \tag{20b}$$

$$\mathbf{A}_{2\perp} = \mathbf{A}_{\perp}\Xi_{\perp} \tag{20c}$$

$$\mathbf{B}_{2\perp} = \mathbf{B}_{\perp}\mathrm{N}_{\perp} \tag{20d}$$

gdzie

$\mathbf{A}_{1\perp}$ — $M \times P_1$ wymiarowa macierz współczynników definiujących P_1 bazowych wspólnych trendów stochastycznych I(1),

$\mathbf{B}_{1\perp}$ — macierz $M \times P_1$ definiująca związki średniookresowe;

Ξ, N — macierze o wymiarach $(M-R) \times P_1$ ($P_1 < M - R$) takie, że $\mathbf{A}_{\perp}^T(\sum_{s=1}^{S-1}\Gamma_s - \mathbf{I})\mathbf{B}_{\perp} = \Xi\mathrm{N}^T$.

Weryfikację hipotezy, że zmienna jest odporna na szoki I(2) przeprowadza się poprzez restrykcje nakładane na macierz wag $\widetilde{\mathbf{B}}_{2\perp}$, choć bez negatywnego wpływu na konkluzywność wniosków można ograniczyć się do analizy prostszej do

otrzymania macierzy $\mathbf{B}_{2\perp}$. Podejście takie zaproponował Johansen (1997). Jego test jest *de facto* testem zasadności restrykcji na macierz $\mathbf{B}_{2\perp}$. Przy założeniu, że *m*-ta zmienna w systemie jest co najwyżej I(1), prawdziwa jest hipoteza zerowa postaci:

$$\mathbf{R}^T\mathbf{B}_{2\perp} = \mathbf{0}, \tag{21}$$

gdzie $\mathbf{R}$ jest $(M \times V)$ wymiarową macierzą restrykcji liniowych.

Nieodrzucenie hipotezy zerowej oznacza, że *m*-ty wiersz macierzy wag przy trendach stochastycznych I(2) składa się z samych zer. Żaden trend stochastyczny tego typu nie ma zatem wpływu na zmienną. W analogiczny sposób restrykcje nakładane na odpowiednie wiersze macierzy $\mathbf{A}_{2\perp}$ pozwalają analizować wpływ danej zmiennej na tworzenie się długookresowych szoków zakłócających równowagę w systemie, zaś restrykcje na macierz $\mathbf{A}_{1\perp}$ — wpływ danej zmiennej na tworzenie się szoków średniookresowych. Nie należy natomiast interpretować restrykcji na macierz $\mathbf{B}_{1\perp}$ w kategorii „importu" szoków średniookresowych (Juselius (2006)).

6. Podsumowanie

Jednym z celów artykułu było pokazanie, w jaki sposób analiza kointegracyjna (zwłaszcza wielowymiarowa) ewoluowała od teorii kojarzonej z nieco mechaniczną analizą szeregów czasowych w kierunku podejścia, którego zastosowanie pozwoli poprawić nie tylko własności statystyczne modelu, ale i uzyskać rezultaty w pełni interpretowalne ekonomicznie. Drogą ku temu jest strukturalizacja modeli wektorowej autoregresji, a jedną z metod tej strukturalizacji jest nakładanie restrykcji w sposób podany w artykule. Pominięte zostały natomiast te typy restrykcji i sposoby ich weryfikowania, które są mniej interesujące z ekonomicznego punktu widzenia (np. kwestia ustalenia poprawnego rzędu opóźnień w modelu ADL lub w przypadku wielowymiarowym — VECM czy restrykcji na parametry krótkookresowe).

Literatura

Charemza, W., Syczewska E. M. (1998), "Joint Application of the Dickey-Fuller and KPSS Tests", *Economics Letters*, t. 61, s. 17—21.

Dickey D. A., Fuller W. (1979), "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Journal of the American Statistical Association*, t. 74, s. 427—431.

Engle R. F., Granger C. W. J. (1987), "Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing", *Econometrica*, t. 55, s. 251—276.

Haldrup N. (1999), "An Econometric Analysis of I(2) Variables", w: M. McAleer, L. Oxley, *Practical Issues in Cointegration Analysis*, Blackwell Publishers.

Hendry D., Pagan A., Sargan J.,(1984), DynamicSpecyfication, Chapter 18 w: Griliches Z., Intriligator N. (red.), *Hand book of Econometries* North Holand, Amaterdam.

Johansen S. (1988), "Statistical Analysis of Cointegration Vectors", *Journal of Economic Dynamics and Control*, t. 12, s. 231—254.

Johansen S. (1995a), *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*, Oxford University Press, Oxford.

Johansen S. (1995b), "A Statistical Analysis for I(2) Variables", *Econometric Theory*, t. 11, s. 25—29.

Johansen S. (1996), "Likelihood-based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models.", w: Clive W. J. Granger, Graham E. Mizon (red.), *Advanced Texts in Econometrics*. Oxford, Oxford University Press.

Johansen S. (1997), "A Likelihood Analysis of the I(2) Model", *Scandinavian Journal of Statistics*.

Juselius K. (1999), "Price Convergence in the Long Run and the Medium Run. An I(2) Analysis of Six Price Indices", w: R. Engle, H. White (red.), *Cointegration, Causality, and Forecasting — A Festschrift in Honour of Clive W. J. Granger*. Oxford, Oxford University Press.

Juselius K. (2006), "*Cointegrated VAR Model. Methodology and Applications*", Oxford University Press, Oxford.

Kębłowski P., M. Majsterek, Welfe A. (2008), "Price-wage System with Taxation: I(1) and I(2) Analysis", w: W.Welfe, A.Welfe, *Proceedings of the 34-th Conference "Macromodels'07"*, s. 213—231, Chair of Econometric Models and Forecasts, Łódź 2008.

Majsterek M. (2005), "Restrykcje w analizie kointegracyjnej", *Przegląd Statystyczny*, t. 52, nr 1, s. 55—74.

Majsterek M. (2008), "*Wielowymiarowa analiza kointegracyjna w ekonomii*", Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 2008.

Paruolo P. (1996), "On the Determination of Integration Indices in I(2) Systems", *Journal of Econometrics*, 72, 1/2, s. 313—356.

Rubaszek M., D. Serwa (2009), *Analiza kursu walutowego*, C.H.Beck, Warszawa.

Syczewska E. (1999), *Analiza relacji długookresowych: estymacja i weryfikacja*, Szkoła Główna Handlowa, Warszawa.

Welfe A. (2009), *Ekonometria*. Metody i ich zastosowanie, PWE Waraszawa.

Tomasz TOKARSKI[15]

PRZESTRZENNE ZRÓŻNICOWANIE BEZROBOCIA REJESTROWANEGO W POLSCE W LATACH 2002—2008[16]

Celem prezentowanego opracowania jest próba statystycznej analizy przestrzennego zróżnicowania bezrobocia w polskich powiatach w latach 2002—2008. W opracowaniu wykorzystane są dane statystyczne dotyczące powiatowych stóp bezrobocia oraz produkcji sprzedanej przemysłu za lata 2002—2008, które są dostępne na stronie GUS (**www.stat.gov.pl**).

Struktura pracy przedstawia się następująco. W pierwszej części opracowania przedstawione są opisowe analizy przestrzennego zróżnicowania bezrobocia rejestrowanego oraz jego zmian w powiatach w latach 2002—2008. Druga część pracy zawiera prosty model teoretyczny, opisujący związki pomiędzy dynamiką produkcji oraz stopami bezrobocia a przyrostami owych stóp. W trzeciej części znajdują się oszacowania parametrów prezentowanego uprzednio modelu teoretycznego. Opracowanie kończy podsumowanie prowadzonych w nim rozważań i ważniejsze wnioski.

Przestrzenne zróżnicowanie polskiego bezrobocia

Na wykresie 1 oraz w tablicy 1 zestawione są dane statystyczne i pewne wskaźniki ilustrujące przestrzenne zróżnicowanie polskiego bezrobocia w latach 2002—2008. Z danych tych wyciągnąć można następujące wnioski (por. też m.in. Kwiatkowski, Tokarski (2000, 2007), Rogut, Tokarski (2001, 2007), Tokarski (2005, 2008), Adamczyk, Tokarski, Włodarczyk (2008, 2009), Jabłoński, Tokarski (2010) lub Misiak, Sulima, Tokarski (2010):

- Najniższymi średnimi stopami bezrobocia (poniżej 10%) w rozważanym w opracowaniu przedziale czasu charakteryzowały się powiaty: warszawski grodzki (województwo mazowieckie, 4,81%), poznański grodzki (wielkopolskie, 5,21%), Katowice (śląskie, 6,00%), Sopot (pomorskie,

[15] Uniwersytet Jagielloński w Krakowie.

[16] Prezentowane opracowanie powstało w ramach projektu KBN nr N N112 215837 kierowanego przez dr Janusza Rośka z Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie.

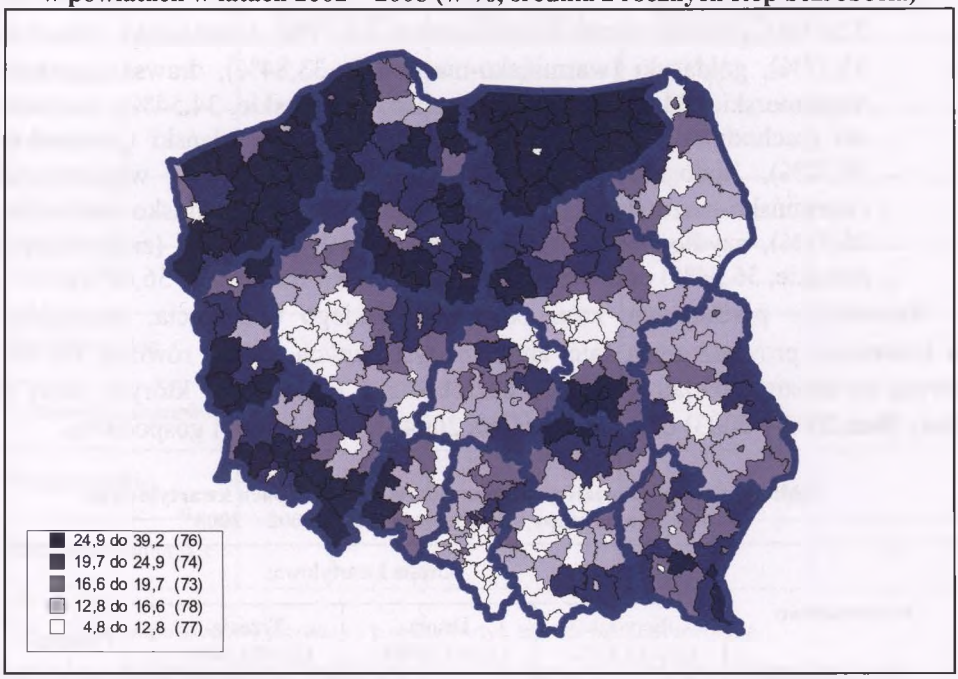
6,16%), krakowski grodzki (małopolskie, 6,19%), Gdynia (pomorskie, 6,91%), poznański ziemski (wielkopolskie, 7,19%), krośnieński grodzki (podkarpackie, 7,53%), kępiński (wielkopolskie, 7,59%), piaseczyński (mazowieckie, 7,81%), bielski grodzki (śląskie, 8,33%), grójecki (mazowieckie, 8,34%), opolski grodzki (opolskie, 8,37%), gdański grodzki (pomorskie, 8,46%), rzeszowski grodzki (podkarpackie, 8,47%), siemiatycki (podlaskie, 8,49%), olsztyński grodzki (warmińsko-mazurskie, 8,53%), bieruńsko-lędziński (śląskie, 8,56%), grodziski wielkopolski (wielkopolskie, 9,03%), bielski podlaski (podlaskie, 9,14%), wrocławski grodzki (dolnośląskie, 9,20%), warszawski ziemski (mazowieckie, 9,21%), wolsztyński (wielkopolskie, 9,27%), pruszkowski (mazowieckie, 9,36%), grodziski mazowiecki (mazowieckie, 9,53%), bydgoski grodzki (kujawsko-pomorskie, 9,59%), skierniewicki ziemski (łódzkie, 9,79%) i pszczyński (śląskie, 9,79%). Są to zazwyczaj albo powiaty leżące w aglomeracjach będących ośrodkami rozwoju ekonomicznego o znaczeniu ogólnopolskim (Warszawa, Poznań, aglomeracja śląsko-zagłębiowska, Trójmiasto, Kraków, Wrocław)[17], regionalnym (Bydgoszcz, Olsztyn, Opole, Rzeszów), czy też lokalnym (Bielsko-Biała, Krosno).

- Z wykresu 1 wynika także, że stopy bezrobocia w powiatach grodzkich — którymi zazwyczaj są stolice nowych bądź starych województw — były znacznie niższe niż w ich otoczeniu. Wyciągnąć stąd można również wniosek, że znaczna część stolic starych województw nadal pełni funkcję centrów rozwoju ekonomicznego na poziomie lokalnym (szerzej na ten temat Kwiatkowski, Tokarski (2009), Jabłoński, Tokarski (2010) lub Misiak, Sulima, Tokarski (2010).
- W pierwszej grupie kwartylowej, tj. w grupie kwartylowej o najniższych stopach bezrobocia, dominowały powiaty leżące w województwach śląskim (18), wielkopolskim (15), małopolskim i mazowieckim (po 11). Ponadto znalazło się tu 8 powiatów z województwa podlaskiego, 6 z łódzkiego, po 4 powiaty z województw dolnośląskiego i świętokrzyskiego, po 3 z lubelskiego, opolskiego, podkarpackiego i pomorskiego, po 2 z kujawsko-pomorskiego i lubuskiego, po 1 z warmińsko-mazurskiego (olsztyński grodzki) i zachodniopomorskiego (szczeciński grodzki).
- W drugiej grupie kwartylowej, o średnich stopach bezrobocia między 13,81% a 17,84%, najwięcej było (głównie rolniczych) powiatów leżących w województwie lubelskim (15), łódzkim (13) i mazowieckim (12). Zazwyczaj są to powiaty, w których występuje wysokie bezrobocie ukryte w rolnictwie połączone ze względnie wysokim jawnym bezrobociem

[17] Wyjątkiem w tym względzie jest aglomeracja łódzka, która od początku transformacji systemowej polskiej gospodarki najsłabiej z dużych miast radzi sobie z problemami bezrobocia.

rejestrowanym (szerzej na ten temat np. Kwiatkowski, Kucharski, Tokarski (2004).

Wykres 1. Przestrzenne zróżnicowanie stóp bezrobocia rejestrowanego w powiatach w latach 2002—2008 (w %, średnia z rocznych stóp bezrobocia)



Źródło: obliczenia własne na podstawie danych statystycznych na stronie www.stat.gov.pl .

- W trzeciej grupie kwartylowej dominowały powiaty leżące w województwach mazowieckim (12), podkarpackim i śląskim (po 11) oraz dolnośląskim i wielkopolskim (po 10).
- Najwyższe stopy bezrobocia w latach 2002—2008 notowane zaś były (po pierwsze) w popegeerowskich powiatach leżących głównie w województwach warmińsko-mazurskim (18 powiatów), zachodniopomorskim i kujawsko-pomorskim (po 16), dolnośląskim (12), w zachodniej części województwa pomorskiego (9) i w województwie lubuskim (6) oraz (po drugie) w postindustrialnych powiatach na pograniczu województw mazowieckiego i świętokrzyskiego (między Radomiem a Kielcami).
- Aż w 28 powiatach średnie stopy bezrobocia w latach 2002—2008 przekraczały 30%. Były to powiaty: sławieński (zachodniopomorskie, 30,01%), kamieński (zachodniopomorskie, 30,26%), bytowski (pomorskie, 30,47%), złotoryjski (dolnośląskie, 30,56%), kętrzyński (warmińsko-mazurskie, 30,63%), pyrzycki (zachodniopomorskie, 30,63%), elblą-

ski (warmińsko-mazurskie, 30,64%), żagański (lubuskie, 30,89%), nowosolski (lubuskie, 30,93%), radomski ziemski (mazowieckie, 31,24%), sztumski (pomorskie, 31,53%), lidzbarski (warmińsko-mazurskie, 31,94%), szczecinecki (zachodniopomorskie, 32,14%), choszczeński (zachodniopomorskie, 32,34%), koszaliński ziemski (zachodniopomorskie, 32,67%), gryficki (zachodniopomorskie, 33,17%), krośnieński (lubuskie, 33,27%), gołdapski (warmińsko-mazurskie, 33,84%), drawski (zachodniopomorskie, 34,16%), piski (warmińsko-mazurskie, 34,54%), świdwiński (zachodniopomorskie, 34,61%), nowodworski gdański (pomorskie, 34,77%), białogardzki (zachodniopomorskie, 35,26%), węgorzewski (warmińsko-mazurskie, 35,29%), bartoszycki (warmińsko-mazurskie, 35,81%), szydłowiecki (mazowieckie, 36,10%), łobeski (zachodniopomorskie, 36,54%) oraz braniewski (warmińsko-mazurskie, 36,60%).

Rozważając przestrzenne zróżnicowanie polskiego bezrobocia, szczególnie w kontekście prowadzonych dalej analiz statystycznych, należy również zwrócić uwagę na zmiany powiatowych stóp bezrobocia w okresach, w których stopy te rosły (lata 2002—2003) oraz spadały (lata 2004—2008) w całej gospodarce.

Tablica 1. Liczba powiatów w województwach w grupach kwartylowych ze względu na stopy bezrobocia w latach 2002—2008[18]

Województwo	Grupa kwartylowa:			
	Pierwsza ($Q_1 \approx 13{,}81\%$)	Druga ($Me \approx 17{,}84\%$)	Trzecia ($Q_3 \approx 23{,}26\%$)	Czwarta
Dolnośląskie	4	3	10	12
Kujawsko-pomorskie	2	1	4	16
Lubelskie	3	15	6	0
Lubuskie	2	1	5	6
Łódzkie	6	13	5	0
Małopolskie	11	7	4	0
Mazowieckie	11	12	12	7
Opolskie	3	3	3	3

[18] Q_1 i Q_3 to (odpowiednio) pierwszy i trzeci kwartyl, zaś *Me* oznacza medianę.

Tablica 1. Liczba powiatów w województwach w grupach kwartylowych ze względu na stopy bezrobocia w latach 2002—2008[18] (dok.)

Województwo	Grupa kwartylowa:			
	Pierwsza (Q_1≈13,81%)	Druga (Me≈17,84%)	Trzecia (Q_3≈23,26%)	Czwarta
Podkarpackie	3	8	11	3
Podlaskie	8	5	4	0
Pomorskie	3	5	3	9
Śląskie	18	7	11	0
Świętokrzyskie	4	3	3	4
Warmińsko-mazurskie	1	0	2	18
Wielkopolskie	15	9	10	1
Zachodniopomorskie	1	3	1	16

[18] Q_1 i Q_3 to (odpowiednio) pierwszy i trzeci kwartyl, zaś Me oznacza medianę.

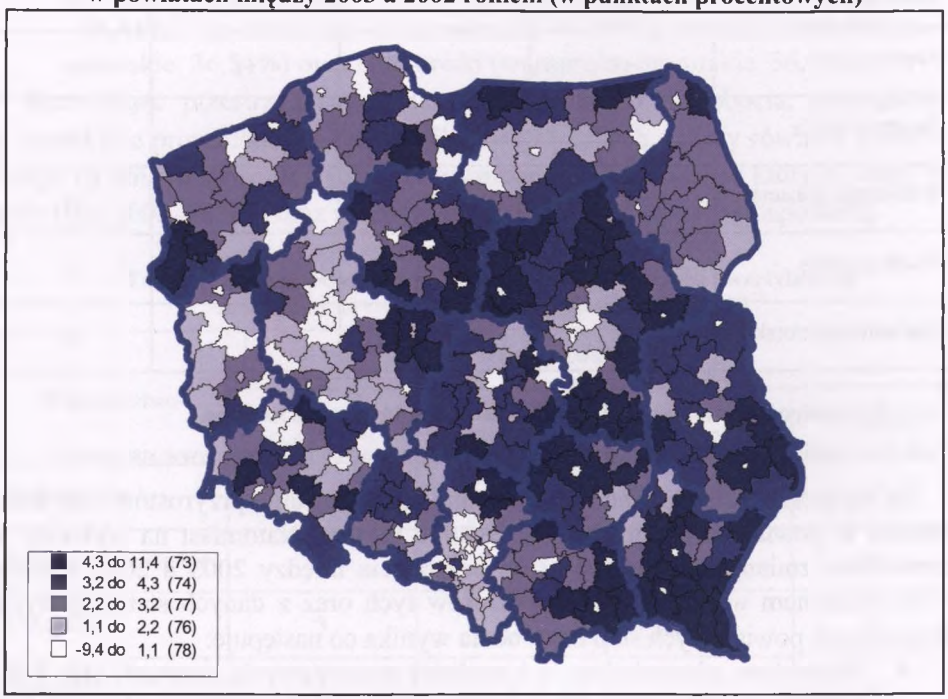
Ź r ó d ł o : obliczenia własne na podstawie danych statystycznych na stronie www.stat.gov.pl .

Na wykresie 2 zilustrowano przestrzenne zróżnicowanie przyrostów stóp bezrobocia w powiatach pomiędzy 2003 a 2002 rokiem. Natomiast na wykresie 3 zestawiono zmiany powiatowych stóp bezrobocia między 2003 a 2002 rokiem z ich poziomem w roku 2002. Z wykresów tych oraz z danych statystycznych dotyczących powiatowych stóp bezrobocia wynika co następuje:

- Najwyższe, nie mniejsze od 6 punktów procentowych, przyrosty stóp bezrobocia w roku 2003 zanotowano w powiatach: szydłowieckim (województwo mazowieckie, przyrost o 11,4 punktu procentowego), płockim ziemskim (mazowieckie, 8,3 punktu procentowego), nowosądeckim ziemskim (małopolskie, 7,7 punktu procentowego), brzozowskim (podkarpackie, 7,7 punktu procentowego), leskim (podkarpackie, 7,3 punktu procentowego), przemyskim ziemskim (podkarpackie, 7,3 punktu procentowego), przysuskim (mazowieckie, 7,2 punktu procentowego), kieleckim ziemskim (świętokrzyskie, 7,1 punktu procentowego), radomskim ziemskim (mazowieckie, 7 punktów procentowych), koneckim (świętokrzyskie, 6,8 punktu procentowego), górowskim (dolnośląskie, 6,7 punktu procentowego), golubsko-dobrzyńskim (kujawsko-pomorskie, 6,7 punktu procentowego), ostrołęckim ziemskim (mazowieckie, 6,6 punktu procen-

towego), lubaczowskim (podkarpackie, 6,5 punktu procentowego), strzyżowskim (podkarpackie, 6,5 punktu procentowego). chełmskim ziemskim (lubelskie, 6,3 punktu procentowego), limanowskim (małopolskie, 6,3 punktu procentowego), żuromińskim (mazowieckie, 6,2 punktu procentowego), włocławskim ziemskim (kujawsko-pomorskie, 6,1 punktu procentowego), mławskim (mazowieckie, 6,1 punktu procentowego), kolbuszowskim (podkarpackie, 6 punktów procentowych) i niżańskim (podkarpackie, 6 punktów procentowych).

Wykres 2. Przestrzenne zróżnicowanie przyrostów stóp bezrobocia rejestrowanego w powiatach między 2003 a 2002 rokiem (w punktach procentowych)

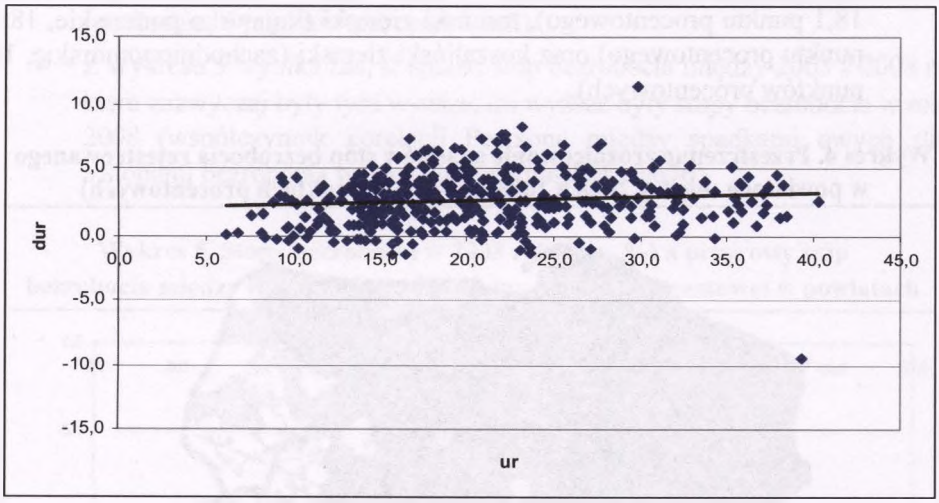


Ź r ó d ł o : obliczenia własne na podstawie danych statystycznych na stronie www.stat.gov.pl .

- W 26 zaś powiatach stopy bezrobocia w roku 2003 spadały. Były to powiaty: wałbrzyski (województwo dolnośląskie, spadek o 9,3 punktu procentowego), Tychy (śląskie, 1,4 punktu procentowego), Ruda Śląska (śląskie, 1,4), suwalski grodzki (podlaskie, 1,3 punktu procentowego), łomżyński grodzki (podlaskie, 1,1 punktu procentowego), krośnieński grodzki (podkarpackie, 1 punkt procentowy), iławski (warmińsko-mazurskie, 0,9 punktu procentowego), Sosnowiec (śląskie, 0,8 punktu procentowego), siedlecki grodzki (mazowieckie, 0,6 punktu procentowego), skierniewicki grodzki (łódzkie, 0,6 punktu procentowego), olsztyński grodzki

(warmińsko-mazurskie, 0,5 punktu procentowego), elbląski grodzki (warmińsko-mazurskie, 0,5 punktu procentowego), leszczyński grodzki (wielkopolskie, 0,4 punktu procentowego), kielecki grodzki (świętokrzyskie, 0,4 punktu procentowego), gdański grodzki (pomorskie, 0,4 punktu procentowego), włocławski grodzki (kujawsko-pomorskie, 0,4 punktu procentowego), białostocki grodzki (podlaskie, 0,4 punktu procentowego), rzeszowski grodzki (podkarpacki, 0,3 punktu procentowego), Sopot (pomorskie, 0,2 punktu procentowego), krapkowicki (opolskie, 0,2 punktu procentowego), świebodziński (lubuskie, 0,2 punktu procentowego), lubelski grodzki (lubelskie, 0,2 punktu procentowego), bielski grodzki (śląskie, 0,1 punktu procentowego), lęborski (pomorskie, 0,1 punktu procentowego), krakowski grodzki (0,1 punktu procentowego) oraz sulęciński (lubuskie, 0,1 punktu procentowego).

Wykres 3. Stopy bezrobocia w 2002 roku (ur, %)a przyrosty stóp bezrobocia między rokiem 2003 a 2002 (dur, punkty procentowe) w powiatach



Ź r ó d ł o : obliczenia własne na podstawie danych statystycznych na stronie www.stat.gov.pl .

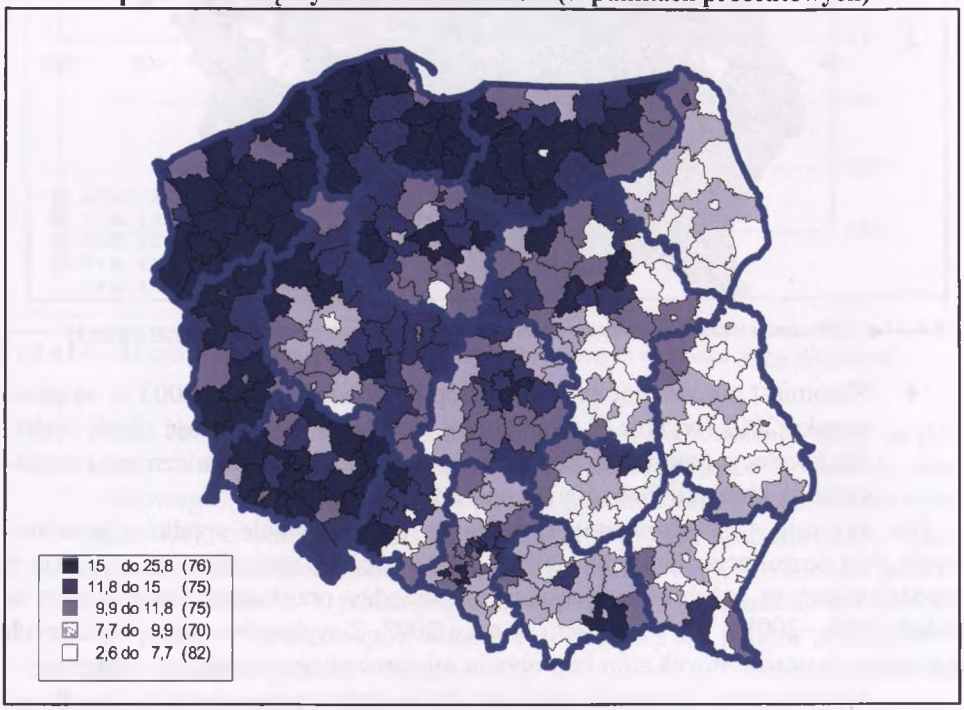
- Natomiast porównując przyrosty stóp bezrobocia w roku 2003 ze stopami w roku 2002 (wykres 3) okazuje się, iż istniała pewna, dość słaba, dodatnia korelacja pomiędzy owymi zmiennymi makroekonomicznymi (współczynnik korelacji Pearsona wynosił ok. 0,104).

Na wykresie 4 zilustrowano przestrzenne zróżnicowanie spadków powiatowych stóp bezrobocia pomiędzy 2008 a 2003 rokiem, natomiast na wykresie 5 przedstawione są zależności zachodzące pomiędzy przyrostami owych stóp w latach 2003—2008 a ich poziomem w roku 2003. Z wykresów tych oraz danych dotyczących powiatowych stóp bezrobocia rejestrowanego wynika co następuje:

- Najwyższymi, niemniejszymi od 18 punktów procentowych, spadkami stóp bezrobocia między 2003 a 2008 rokiem charakteryzowały się powia-

ty: sztumski (województwo pomorskie, spadek o 23,4 punktu procentowego), sławieński (zachodniopomorskie, 23,3 punktu procentowego), nyski (opolskie, 20,7 punktu procentowego), zielonogórski ziemski (lubuskie, 20,6 punktu procentowego), mławski (mazowieckie, 20,6 punktu procentowego), Siemianowice Śląskie (śląski, 20,6 punktu procentowego), gorzowski ziemski (lubuskie, 20,6 punktu procentowego), słupski ziemski (pomorskie, 20,2 punktu procentowego), sulęciński (lubuskie, 20 punktów procentowych), oławski (dolnośląskie, 19,8 punktu procentowego), gołdapski (warmińsko-mazurskie, 19,6 punktu procentowego), tczewski (pomorskie, 19,4 punktu procentowego), nowodworski gdański (pomorskie, 19,2 punktu procentowego), myśliborski (zachodniopomorskie, 19,1 punktu procentowego), łobeski (zachodniopomorskie, 19 punktów procentowych), Świętochłowice Śląskie (śląskie, 18,8 punktu procentowego), gdański ziemski (pomorskie, 18,5 punktu procentowego), międzychodzki (wielkopolskie, 18,5 punktu procentowego), strzeliński (dolnośląskie, 18,4 punktu procentowego), stargardzki (zachodniopomorskie, 18,1 punktu procentowego), toruński ziemski (kujawsko-pomorskie, 18,1 punktu procentowego) oraz koszaliński ziemski (zachodniopomorskie, 18 punktów procentowych).

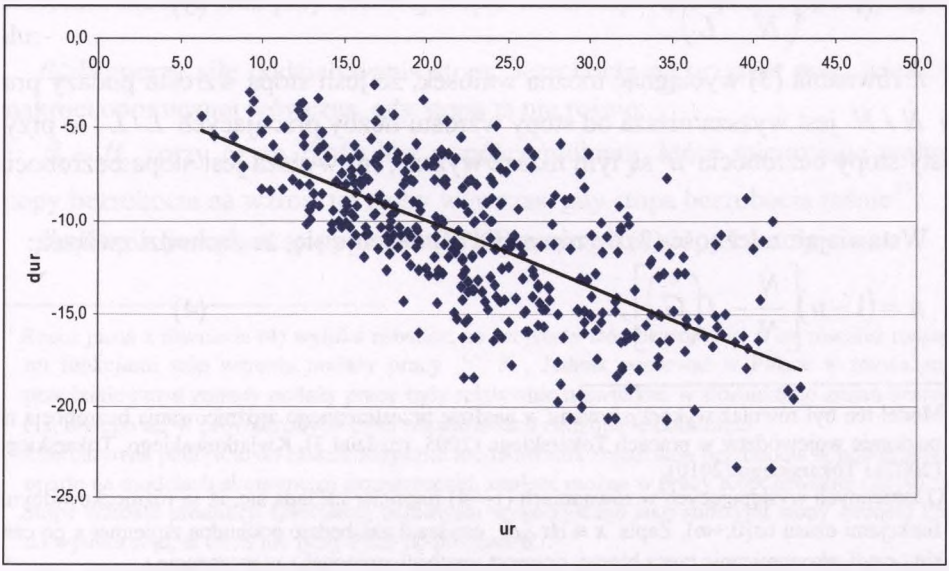
Wykres 4. Przestrzenne zróżnicowanie spadków stóp bezrobocia rejestrowanego w powiatach między 2008 a 2003 rokiem (w punktach procentowych)



Ź r ó d ł o : obliczenia własne na podstawie danych statystycznych na stronie www.stat.gov.pl .

- Najniższe spadki stóp bezrobocia w rozważanym tu przedziale czasu zanotowano zaś w powiatach: kraśnickim (lubelskie, 2,6 punktu procentowego), siemiatyckim (podlaskie, 3 punkty procentowe), kazimierskim (świętokrzyskie, 3,3 punktu procentowego), opatowskim (świętokrzyskie, 3,4 punktu procentowego), rzeszowskim grodzkim (podkarpackie, 3,5 punktu procentowego), buskim (świętokrzyskie, 3,6 punktu procentowego), monieckim (podlaskie, 3,7 punktu procentowego), hajnowskim (podlaskie, 4 punkty procentowe), janowskim (lubelskie, 4 punkty procentowe), krośnieńskim grodzkim (podkarpackie, 4,1 punktu procentowego), przeworskim (podkarpackie, 4,3 punktu procentowego), warszawskim grodzkim (mazowieckie, 4,4 punktu procentowego), proszowickim (małopolskie, 4,4 punktu procentowego), grójeckim (mazowieckie, 4,6 punktu procentowego), parczewskim (lubelskie, 4,6 punktu procentowego), przemyskim grodzkim (podkarpackie, 4,6 punktu procentowego), włodawskim (lubelskie, 4,9 punktu procentowego) i bielskim podlaskim (podlaskie, 5 punktów procentowych).
- Z wykresu 5 wynika zaś, iż spadki stóp bezrobocia między 2003 a 2008 rokiem zazwyczaj były tym wyższe, im wyższe były stopy bezrobocia w roku 2008 (współczynnik korelacji Pearsona między spadkami owych stóp a stopami bezrobocia w roku 2003 wynosił ok. 0,676).

Wykres 5. Stopy bezrobocia w 2003 roku (ur, %) a przyrosty stóp bezrobocia między rokiem 2008 a 2003 (dur, punkty procentowe) w powiatach



Ź r ó d ł o : obliczenia własne na podstawie danych statystycznych na stronie www.stat.gov.pl .

Prosty model teoretyczny

W celu oszacowania determinantów przestrzennego zróżnicowania bezrobocia w powiatach wykorzystano prosty model teoretyczny, w którym przyjmuje się następujące założenia dotyczące funkcjonowania rynku pracy[19]:

I. Z definicji stopy bezrobocia wynika, że zachodzi związek[20]:

$$u \equiv \frac{U}{U+L} \equiv 1 - \frac{N}{L}, \tag{1}$$

gdzie u oznacza stopę bezrobocia, U-liczbę bezrobotnych, L-liczbę pracujących, zaś $N \equiv U+L$ to zasób siły roboczej (rozumiany jako suma liczby bezrobotnych i pracujących).

II. Podobnie jak w keynesistowskich modelach rynku pracy zakłada się, iż stopa wzrostu liczby pracujących $\dot{L}/L$ jest rosnącą funkcją stopy wzrostu produktu $G \equiv \dot{Y}/Y$, co oznacza, że[21]:

$$\dot{L}/L = f\left(\overset{+}{G}\right). \tag{2}$$

Różniczkując tożsamość (1) względem czasu $t \in [0;+\infty)$ uzyskuje się zależność:

$$\dot{u} = \frac{L\dot{N} - \dot{L}N}{N^2} = \frac{L}{N}\left(\frac{\dot{N}}{N} - \frac{\dot{L}}{L}\right),$$

a stąd oraz z równania (2) wynika, iż zachodzi związek:

$$\dot{u} = (1-u)\left(\frac{\dot{N}}{N} - \frac{\dot{L}}{L}\right). \tag{3}$$

Z równania (3) wyciągnąć można wniosek, że jeśli stopa wzrostu podaży pracy $\dot{N}/N$ jest wyższa/niższa od stopy wzrostu liczby pracujących $\dot{L}/L$, to przyrosty stopy bezrobocia $\dot{u}$ są tym niższe/wyższe, im wyższa jest stopa bezrobocia u.

Wstawiając zależność (2) do równania (3) okazuje się, że zachodzi związek:

$$\dot{u} = (1-u)\left[\frac{\dot{N}}{N} - f\left(\overset{+}{G}\right)\right]. \tag{4}$$

---

[19] Model ten był również wykorzystywany w analizie przestrzennego zróżnicowania bezrobocia na poziomie województw w pracach Tokarskiego (2005, rozdział 3), Kwiatkowskiego, Tokarskiego (2007) i Tokarskiego (2010).

[20] O zmiennych występujących w równaniach (1—4) implicite zakłada się, iż są różniczkowalnymi funkcjami czasu $t \in [0;+\infty)$. Zapis $\dot{x} \equiv dx/dt$ oznaczał zaś będzie pochodną zmiennej x po czasie t czyli, ekonomicznie rzecz biorąc, przyrost wartości zmiennej x w momencie t.

[21] Zapis typu $y = f\left(\overset{+}{x}\right)$ oznacza, że zmienna y jest rosnącą funkcją zmiennej x.

Z równania (4) wynika, że przyrosty stopy bezrobocia $\dot{u}$ są malejącymi funkcjami stopy wzrostu gospodarczego G oraz (w zależności od znaku różnicy $\dot{N}/N - \dot{L}/L$) mogą być malejącymi bądź rosnącymi funkcjami stóp bezrobocia[22].

Statystyczna analiza determinantów przestrzennego zróżnicowania stóp bezrobocia

Analizując wpływ stopy bezrobocia oraz stopy wzrostu gospodarczego na przyrosty stóp bezrobocia w polskich powiatach autor oszacował parametry równania, nawiązującego do zależności (4), postaci[23]:

$$\Delta u_{it} = \beta_0 - \beta_1 u_{it-1} + \beta_2 d_{\Delta u} u_{it-1} - \beta_3 \Delta \ln(Y_{it}), \qquad (5)$$

gdzie:

$u_{it} \equiv \dfrac{U_{it}}{U_{it} + L_{it}}$ to stopa bezrobocia w powiecie i w roku t;

$\Delta\ln(Y_{it})$ jest stopą wzrostu produkcji sprzedanej przemysłu (w cenach stałych z roku 2008) w powiecie i w roku t [24];

$d_{\Delta u}$ — zmienna zerojedynkowa przyjmująca wartość 1 wówczas, gdy stopa bezrobocia wzrosła ($u_{it}>u_{it-1}$), 0 w przeciwnym przypadku;

$\beta_0 \in \Re$ jest stałą interpretowaną jako (wyrażony w punktach procentowych) wzrost stopy bezrobocia, który wystąpiłby przy zerowej stopie bezrobocia w poprzednim okresie oraz przy zerowej stopie wzrostu produkcji sprzedanej przemysłu;

$\beta_1>0$ mierzy siłę oddziaływania stopy bezrobocia na przyrost owej wielkości makroekonomicznej wówczas, gdy stopa ta nie rośnie;

$\beta_1 - \beta_2$ (przy czym $\beta_2>0$) jest współczynnikiem, który mierzy siłę wpływu stopy bezrobocia na wzrost tej stopy wówczas, gdy stopa bezrobocia rośnie[25];

$\beta_3>0$ opisuje wpływ stopy wzrostu PKB na przyrost stopy bezrobocia.

---

[22] Rzecz jasna z równania (4) wynika również, że przyrosty stóp bezrobocia $\dot{u}$ są również rosnącymi funkcjami stóp wzrostu podaży pracy $\dot{N}/N$. Jednak ponieważ w Polsce w rozważanym przedziale czasu zmiany podaży pracy były relatywnie niewielkie, w stosunku do zmian bezrobocia, dlatego też w prowadzonych dalej rozważaniach zmienną tę pominięto.

[23] Alternatywne podejście do ekonometryczne modelowania zmian stóp bezrobocia w powiatach, oparte na modelach ekonometrii przestrzennej, znaleźć można w pracy Kopczewskiej (2010).

[24] Stopę wzrostu produkcji sprzedanej przemysłu wykorzystano jako substytut stopy wzrostu PKB, co wynika stąd, iż GUS nie liczy PKB po powiatach.

[25] Taka interpretacja parametru $\beta_1 - \beta_2$ wynika stąd, że zmienna zerojedynkowa $d_{\Delta u}$ w równaniu (5) pełni rolę zmiennej korygującej oddziaływanie u_{it-1} na Δu_{it} w zależności od tego, czy $\Delta u_{it}>0$, czy też $\Delta u_{it}\leq 0$.

Ponadto równanie (5) rozszerzono o efekt dywersyfikacji stałej (*fixed effect*, por. np. Pindyck, Rubinfeld (1991, s.223—226)) na poziomie województw. Wówczas można je zapisać następująco:

$$\Delta u_{it} = \beta_0 + \sum_{j=2}^{16} \varphi_j d_j - \beta_1 u_{it-1} + \beta_2 d_{\Delta u} u_{it-1} - \beta_3 \Delta \ln(Y_{it}), \qquad (6)$$

gdzie d_j to zmienne zerojedynkowe przyjmujące wartość 1 wówczas, gdy i-ty powiat należy do j-tego województwa niebazowego, 0 w pozostałych przypadkach, zaś parametry ϕ_j modyfikują stałą β_0 w powiatach województwa niebazowego w stosunku do powiatów województwa bazowego[26].

Parametry równań (5—6) oszacowano metodą najmniejszych kwadratów (MNK). Oszacowane MNK parametry owych równań przedstawione są w tablicy 2.

Z przedstawionych w tablicy 2 oszacowań parametrów równań (5—6) wyciągnąć można następujące wnioski:

- W oszacowaniach parametrów równania (5) zmienności zmiennych objaśniających objaśniały zmienność przyrostów powiatowych stóp bezrobocia w ok. 54,4%, zaś w oszacowaniach parametrów równania (6) — tj. po zastosowaniu procedury dywersyfikacji stałej na poziomie województw — w ok. 58,7% (por. skorygowane współczynniki determinacji).
- W okresach, w których stopy bezrobocia rosły, każdy kolejny punkt procentowy stopy bezrobocia z roku poprzedniego podnosił przeciętnie przyrosty stóp bezrobocia o od ok. 0,15 punktu procentowego (równanie (5)) do ok. 0,18 punktu procentowego (równanie (6)).
- Z oszacowań parametrów równania (5) płynie wniosek, że w okresie spadku stóp bezrobocia każdy kolejny punkt procentowy stóp bezrobocia z roku poprzedniego podnosił spadki owych stóp przeciętnie o ok. 0,07 punktu procentowego, natomiast oszacowania równania (6) sugerują, iż każdy kolejny punkt procentowy owej zmiennej makroekonomicznej obniżał jej spadek o ok. 0,04 punktu procentowego.
- Natomiast każdy kolejny punkt procentowy stopy wzrostu produkcji sprzedanej przemysłu przekładał się na spadek stóp bezrobocia przeciętnie o ok. 0,005—0,006 punktu procentowego.
- Zarówno zmienne u_{it-1}, $d_{\Delta u} u_{it-1}$, jak i $\Delta \ln(Y_{it})$ oddziaływały istotnie statystycznie na przyrosty powiatowych stóp bezrobocia. Jednak z wartości bezwzględnych statystyk t-Studenta wynika, iż oddziaływanie to było najsilniejsze w przypadku $d_{\Delta u} u_{it-1}$, najsłabsze zaś przy $\Delta \ln(Y_{it})$.

---

[26] Województwem bazowym jest województwo mazowieckie jako największe polskie województwo.

Tablica 2. Oszacowane parametry równań (5—6)

Zmienna objaśniająca	Równanie (5)	Równanie (6)
Stała	-0,00944 (-9,549)	-0,00973 (-6,776)
Dolnośląskie	-	-0,0111 (-6,821)
Kujawsko-pomorskie	-	-0,00624 (-3,537)
Lubelskie	-	0,00187 (1,089)
Lubuskie	-	-0,0117 (-5,591)
Łódzkie	-	-0,00312 (-1,821)
Małopolskie	-	0,000893 (0,503)
Opolskie	-	-0,00613 (-2,799)
Podkarpackie	-	0,00487 (2,878)
Podlaskie	-	0,000330 (0,171)
Pomorskie	-	-0,0137 (-7,488)
Śląskie	-	-0,00685 (-4,482)
Świętokrzyskie	-	0,00186 (0,901)
Warmińsko-mazurskie	-	-0,0108 (-5,750)
Wielkopolskie	-	-0,00720 (-4,680)
Zachodniopomorskie	-	-0,0146 (-7,842)
u_{it-1}	-0,0655 (-13,943)	-0,0397 (-7,432)
$d_{\Delta t}u_{it-1}$	0,217 (51,995)	0,217 (54,740)
$\Delta\ln(Y_{it})$	-0,00552 (-3,149)	-0,00497 (-2,969)
R^2	0,545	0,590
Skor. R^2	0,544	0,587
Próba	2003—2008	
Liczba obserwacji	2274	

Pod oszacowaniami parametrów podano wartości statystyki t-Studenta. Dolnośląskie, kujawsko-pomorskie etc. to zmienne zerojedynkowe dla poszczególnych województw. R^2 jest współczynnikiem determinacji, zaś skor. R^2 to skorygowany współczynnik determinacji.

- Znaczna część zmiennych zerojedynkowych dla województw jest istotna statystycznie, zaś oszacowaniach przy tych zmiennych są ujemne. Wynika stąd, iż w powiatach owych województw przyrosty stóp bezrobocia były przeciętnie niższe od tych, które notowano w powiatach województwa bazowego-mazowieckiego. Wyjątkiem w tym względzie są powiaty województw lubelskiego, małopolskiego, podlaskiego i świętokrzyskiego, w których zmienne zerojedynkowe okazały się nieistotne statystycznie oraz podkarpackiego — dla którego zmienna zerojedynkowa okazała się istotna, a jej oszacowanie — dodatnie.

Podsumowanie

Prowadzone w pracy rozważania można podsumować następująco:

I. Najniższe stopy bezrobocia w latach 2002—2008 notowane były, po pierwsze, w powiatach leżących w dużych aglomeracjach miejskich (z wyjątkiem aglomeracji łódzkiej) oraz, po drugie, w powiatach grodzkich będących stolicami starych województw.

II. Względnie niskie stopy bezrobocia występowały również na obszarach wiejskich, leżących głównie na wschód od Wisły, gdzie dość niskie bezrobocie jawne połączone jest z wysokim bezrobociem ukrytym w rolnictwie.

III. Najwyższe stopy bezrobocia rejestrowanego występują zaś na obszarach popegeerowskich, gdzie — jak się wydaje — bezrobocie ma nadal w znacznej mierze charakter bezrobocia strukturalnego.

IV. W okresach spadku bezrobocia, lata 2004—2008, stopy bezrobocia znacznie szybciej spadały na ogół na tych obszarach, na których uprzednio ukształtowały się na bardzo wysokim poziomie. Natomiast w roku 2003, kiedy bezrobocie w Polsce rosło, stopy bezrobocia nieco szybciej rosły na tych obszarach, na których w 2002 roku były one wysokie.

V. Ponadto na przestrzenne zróżnicowanie zmian powiatowych stóp bezrobocia również istotnie statystycznie oddziaływała dynamika produkcji sprzedanej przemysłu (będąca pewnym substytutem dynamiki rozwoju gospodarczego na szczeblu lokalnym). Co więcej, wzrost stóp wzrostu produkcji sprzedanej przemysłu zazwyczaj powodował spadek przyrostów stóp bezrobocia w powiatach.

Literatura:

Adamczyk A., T. Tokarski, R.W. Włodarczyk (2008) *Zróżnicowanie bezrobocia w województwach małopolskim i podkarpackim*, „Wiadomości Statystyczne nr 5.

Adamczyk A., T. Tokarski, R.W. Włodarczyk (2009) *Przestrzenne zróżnicowanie płac w Polsce*, „Gospodarka Narodowa" nr 9.

Jabłoński Ł., T. Tokarski (2010) *Taksonomiczne wskaźniki przestrzennego zróżnicowania rozwoju powiatów*, opracowanie przesłane do redakcji „Studiów Prawno-Ekonomicznych".

Kopczewska K. (2010) *Modele zmian stopy bezrobocia w ujęciu przestrzennym*, „Wiadomości Statystyczne" nr 5/2010.

Kwiatkowski E., L. Kucharski, T. Tokarski *Makroekonomiczne skutki nadzatrudnienia w rolnictwie polskim,* w: Wiśniewski Z., A. Pocztowski (red.) (2004) *Zarządzanie zasobami ludzkimi w warunkach nowej gospodarki*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków.

Kwiatkowski E., T. Tokarski (2000) *Employment Structure and Employment Flexibility in Poland in Transition*, „International Review of Economics and Business", Vol. XLVII, No. 2.

Kwiatkowski E., T. Tokarski (2007) *Bezrobocie regionalne w Polsce w latach 1995—2005*, „Ekonomista" nr 4.

Kwiatkowski E., T. Tokarski (2009) *Determinanty przestrzennego zróżnicowania wydajności pracy*, „Wiadomości Statystyczne" nr 10.

Misiak T., A. Sulima, T. Tokarski *Czy w polskich powiatach występuje efekt konwergencji realnej?* w W. Kwiatkowska, E. Kwiatkowski (red.) (2010) *Wzrost gospodarczy i polityka makroekonomiczna,* Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.

Pindyck R.S., D.L. Rubinfeld (1991) *Econometrics Models and Economic Forecast*, McGraw Hills, New York etc.

Rogut A., T. Tokarski (2001) *Regional Diversity of Wages in Poland in 90's*, „International Review of Economics and Business", Vol. XLVIII, No. 4.

Rogut A., T. Tokarski (2007) *Determinanty regionalnego zróżnicowania płac w Polsce*, „Ekonomista" nr 1.

Tokarski T. (2005) *Statystyczna analiza regionalnego zróżnicowania wydajności pracy, zatrudnienia i bezrobocia w Polsce*, Wydawnictwo Polskiego Towarzystwa Ekonomicznego, Warszawa.

Tokarski T. (2008) *Przestrzenne zróżnicowanie bezrobocia rejestrowanego w Polsce w latach 1999—2006*, „Gospodarka Narodowa" nr 7—8.

Tokarski T. (2010) *Regionalne zróżnicowanie bezrobocia*, „Wiadomości Statystyczne" nr 5.

Wiśniewski Z., A. Pocztowski (red.) (2004) *Zarządzanie zasobami ludzkimi w warunkach nowej gospodarki*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków.

Władysław WELFE [27]

MODELE MAKROEKONOMETRYCZNE A RACHUNKI NARODOWE

1. Wprowadzenie

Ekonometryczne modelowanie gospodarki narodowej dotyczy złożonych procesów ekonomicznych i społecznych składających się na systemy. Ich elementami są wyróżnione zbiory wzajemnie powiązanych podmiotów gospodarczych. Do nich należą rynki — towarowe, pracy i pieniężne — gdzie wyróżnia się sprzedawców i nabywców, dokonujących transakcji wymiennych (według określonych reguł), w wyniku których następują przepływy towarów i usług oraz kształtują się ceny, a w ślad za tym przepływy finansowe. Będą to zbiory podmiotów utworzone ze względu na główne funkcje w procesach gospodarczych, a więc gospodarstwa domowe, przedsiębiorstwa, instytucje publiczne, w tym finansowe oraz jednostki zagraniczne. Będą to wreszcie zbiory podmiotów utworzone ze względu na podstawowy rodzaj ich działalności, np. określony sektor lub dział przemysłu lub też przemysł jako pewna całość.

Badanie działalności tak utworzonych zbiorów podmiotów gospodarczych pozwala poznać mechanizmy ich funkcjonowania i wzrostu. Ujęcie takie ma podstawowe znaczenie w analizach empirycznych opartych na modelach ekonometrycznych. Zważmy, że modele gospodarki narodowej były początkowo budowane przy respektowaniu głównie zasady rodzajowej klasyfikacji podmiotów (czy to w systemach MPS, czy SNA). Ostatnio obserwujemy tendencje do traktowania jako wiodącego kryterium typu podmiotu gospodarczego z ewentualnym zastosowaniem rodzaju działalności w drugiej kolejności.

2. Klasyfikacje gospodarki narodowej a rachunki narodowe

Klasyfikacja podmiotów uczestniczących w działalności gospodarczej bierze zwykle za punkt wyjścia obowiązujące w statystyce społeczno-gospodarczej kryteria i rozwiązania.

Dla zachowania spójności podstawę wspomnianych klasyfikacji i ujęć stanowi jednolity system rachunkowości. W skali szerszej niż przedsiębiorstwo postanowiono kierować się zasadami *rachunkowości narodowej*. W byłych krajach o gospodarce centralnie planowanej stosowano do końca lat osiemdziesiątych *system bilansów gospodarki narodowej* oparty na koncepcji produktu materialne-

[27] Uniwersytet Łódzki

go brutto (ang. *Material Product System* — MPS). Począwszy od lat dziewięćdziesiątych jest używany powszechnie, przyjęty na świecie *system rachunków narodowych* (ang. *System of National Accounts* — SNA), powstały w wyniku pionierskich prac R. Stone'a. W systemach tych poszczególne podmioty gospodarcze klasyfikuje się według rodzajów ich przeważającej działalności, przy czym jednostką jest na ogół przedsiębiorstwo (często prowadzące kilka rodzajów działalności), rzadziej zakład, będący wyodrębnioną technologicznie jednostką o jednolitym profilu działalności. System ten został w ostatnich latach poszerzony o rachunki obejmujące procesy społeczno-demograficzne. Przyjęło się ujmowanie tych procesów w formie macierzy przepływów; stąd ogólnie wywodzi się nazwa *macierzy rachunkowości społecznej* (SAM)[28].

Do roku 1993 obowiązywała w Polsce klasyfikacja gospodarki narodowej według działów (przemysł, budownictwo, rolnictwo itd.) oraz gałęzi. Od roku 1994 zaczęła obowiązywać klasyfikacja oparta na zasadach stosowanych w Unii Europejskiej. Wprowadzono w niej nowe nazewnictwo, dzieląc gospodarkę na sekcje, te na działy a następnie grupy.

We wczesnych modelach gospodarki narodowej przyjmowano za podstawę klasyfikacje rodzajowe, nawiązujące do rozwiązań SNA. Miały charakter makroekonomiczny. I tak, w modelach tych zwanych modelami głównego nurtu najogólniej biorąc wyróżnia się procesy (przepływy) *realne* i *finansowe* oraz łączące je procesy *kształtowania cen* (w szerokim rozumieniu).

Procesy realne obejmują:

- procesy wytwarzania produktu krajowego brutto (PKB)
  — wytwarzanie dóbr i usług,
  — zatrudnienie i siłę roboczą,
  — majątek trwały i jego odnawianie,
- procesy podziału i wykorzystania PKB, w wyniku których powstaje popyt finalny:
  — eksport oraz import towarów i usług,
  — spożycie indywidualne,
  — spożycie zbiorowe,
  — inwestycje w środki trwałe i przyrost zapasów.

Procesy finansowe obejmują:

- transakcje bieżące:
  — przychody lub dochody podmiotów gospodarczych,
  — rozchody (wydatki, koszty uzyskania),
  — nadwyżkę lub straty (deficyt),

[28] Szczegółowy opis tych systemów rachunkowości, jak również macierzy SAM znajdzie Czytelnik w pracy Tomaszewicz (1994), rozdz. 1 i 2 oraz Zienkowskiego (2001), rozdz. 7. Por. też wcześniejsze publikacje: Okólski, Timofiejuk (1978), Klein, Welfe, Welfe (1999).

- transakcje majątkowe:
  — aktywa podmiotów gospodarczych i ich zmiany,
  — pasywa i ich zmiany,
  — saldo transakcji majątkowych (ze względu na ograniczoność informacji modelowanie transakcji majątkowych jest dotąd słabo rozwinięte),
- kształtowanie się płac oraz cen, wliczając w to kursy walutowe i stopy procentowe.

Poszczególne rodzaje przepływów finansowych są na ogół specyficzne dla rożnych typów podmiotów gospodarczych. Stąd też są odrębnie modelowane dla wyróżnionych sektorów instytucjonalnych[29].

Modele, w których przyjęto powyższą klasyfikację mogą być *jednosektorowe*, jeśli nie wyróżniono rodzajów działalności, bądź *wielosektorowe*, jeśli taki podział wprowadzono. W tym drugim przypadku liczba członów podziału (i odpowiednio równań) może sięgać kilkuset, jeśli nie kilku tysięcy pozycji. Tak na przykład w modelu Cambridge Econometrics dla W.Brytanii wyróżniono 39 gałęzi, zaś ponad 5000 równań. W modelu DRI-Wharton dla St.Zjednoczonych A.P. występuje ponad 1200 równań. Dla celów analitycznych w modelach wielosektorowych łączy się rodzaje działalności w grupy o charakterze specjalnym np. odznaczające się wysokim, średnim i niskim poziomem technicznym etc.

W ujęciach, w których jako decydujące przyjęto kryteria mikroekonomiczne wyróżnia się gospodarstwa domowe, przedsiębiorstwa oraz sektor publiczny i zagranicę. Grupowanie działalności jednostek należących do wyróżnionych sektorów nie ma charakteru instytucjonalnego i zależy w pewnej mierze od teoretycznych podstaw, na których opierają je autorzy postulujący optymalizację zachowań podmiotów gospodarczych.

W charakterze przykładu takiej klasyfikacji podamy grupowanie działalności przyjęte w modelu Fair'a (2004).

Gospodarstwa domowe
— konsumpcja
— inwestycje mieszkaniowe
— podaż siły roboczej
— aktywa finansowe (często wyodrębniane w sektorze przepływów finansowych).

Przedsiębiorstwa
— ceny produktu
— produkcja
— środki trwałe i inwestycje w środki trwałe
— zatrudnienie w godzinach i liczba pracowników
— wynagrodzenie w sektorze przedsiębiorstw.

Ewentualna dalsza dezagregacja następuje zwykle przez zastosowanie kryterium rodzaju działalności, np. zostaje wyróżniona konsumpcja dóbr trwałych,

[29] Por. Klein (i Welfe) (1982) oraz Klein, Welfe, Welfe (1999).

nietrwałych, usług itp. lub produkcja przemysłu wydobywczego, przetwórczego itd.

Przepływy finansowe (dezagregacja jak w przypadku poprzednim).

W pewnym zakresie odmienny punkt wyjścia jest przyjmowany, gdy podstawą klasyfikacji są wyróżniane rynki:

— towarów i usług
— pracy
— pieniężne.

Dalszy podział rynków jest dokonywany zgodnie ze specyficznymi klasyfikacjami. Oparte na tej klasyfikacji modele objaśniają popyt od strony potencjalnych nabywców, podaż ze strony potencjalnych sprzedawców, a w konsekwencji dokonywane transakcje, w powiązaniu z cenami i innymi charakterystykami procesu wymiany. Łączą one więc w pewną całość submodele opisujące zachowanie się na rynku wyróżnionych podmiotów gospodarczych. W następstwie takiego ujmowania zjawisk w skali całej gospodarki powstały w latach osiemdziesiątych tzw. *empiryczne modele równowagi ogólnej* (ang. *Computable General Equilibrium* — CGE)[30].

Klasyfikacje powyższe uległy w latach późniejszych rozbudowie w modelach, w których nastąpiła dynamizacja powiązań, tj. w dynamicznych, stochastycznych modelach równowagi ogólnej $(DSGE)$. W szczególności, w charakterystyce strumieni dóbr wyraźnie wyodrębniono dobra produkcji krajowej oraz pochodzące z importu, wprowadzając następnie ich łączną charakterystykę przez utworzenie sektora obrotów (handlu wewnętrznego) mylnie zwanego sektorem produkcji dóbr finalnych w odróżnieniu od sektora produkcji dóbr pośrednich- obejmującego proces wytwarzania produkcji krajowej.

Szczególny charakter mają klasyfikacje, w których wyodrębnia się działy uczestniczące w wymianie międzynarodowej (*tradable sectors*) oraz działy pracujące głównie na potrzeby wewnętrzne. Ma on znaczenie w analizach procesów inflacyjnych.

3. Ekonometryczne modele gospodarki narodowej. Podstawowe ich rodzaje

Ekonometryczne modele gospodarki narodowej są tą klasą modeli ekonometrycznych, która rozwinęła się najbardziej. Ma to naturalne wytłumaczenie. Do niedawna gospodarki poszczególnych krajów działały we względnej izolacji od reszty świata, funkcjonowała odrębna narodowa polityka gospodarcza i w tej skali była prowadzona ujednolicona statystyka społeczno-gospodarcza.

W ramach tych modeli mogą być dokonywane nie tylko makroekonomiczne analizy, ale także analizy sektorowe, analizy poszczególnych rynków, wyróżnionych procesów finansowych etc. Brak systematycznych danych spowodował, iż budowa modeli regionalnych (wewnątrz poszczególnych krajów) była ograniczo-

[30] Próby konstrukcji takich modeli dla Polski zostały przedstawione w pracach W. Orłowskiego (1991), Z. Żółkiewskiego (1995), por. też Ginsburgh, Keyzer (1997).

na. Natomiast rośnie znaczenie modeli ponadregionalnych o czym świadczy ich burzliwy rozwój w ostatnim 20-leciu. Dotyczy to w szczególności modeli gospodarki światowej, które obejmują zwykłe poszczególne modele rozwiniętych krajów świata, uzupełniając ich listę modelami zbudowanymi dla regionów (reszty świata)[31].

Szczególną klasę modeli, obejmujących przede wszystkim przepływy międzygałęziowe i międzysektorowe, stanowią *modele typu input-output*. Łączenie ich z submodelami ekonometrycznymi, służącymi do objaśniania procesów tworzenia dochodów i popytu finalnego, z jednej strony, i generowania czynników produkcji — z drugiej, prowadzi do *zintegrowanych modeli gospodarki narodowej* (por. Tomaszewicz (1994)).

Modele gospodarki narodowej mogą być konstruowane z uwzględnieniem alternatywnych założeń dotyczących podstawowych mechanizmów gospodarczych, definiujących specyficzne *reżimy (systemy) ekonomiczne* (ang. *economic regimes)*. Pierwszą grupę stanowią systemy, w których procesy dostosowania popytu i podaży dóbr oraz czynników produkcji dokonują się głównie za pośrednictwem *cen (i płac)* oraz są efektywne — nazywane *modelami gospodarki w pełni zrównoważonej*. Należą do nich wspomniane wyżej empiryczne modele równowagi ogólnej (CGE). W czystej postaci modele te na ogół nie występują ze względu na raczej rzadkie występowanie wyłącznie rynkowych (tj. cenowych) dostosowań i niepełną ich efektywność.

Mamy w przypadku tych modeli następujący układ równań:

— równanie popytu y_t^d :

$$y_t^d = d(p_t, ...), \tag{1a}$$

— równanie podaży y_t^s :

$$y_t^s = s(p_t, ...), \tag{1b}$$

— tożsamość zakładającą zrównanie popytu i podaży:

$$y_t^d \equiv y_t^s \equiv y_t, \tag{1c}$$

gdzie y_t oznacza realizację.

Rozwiązaniem układu powyższych trzech równań jest cena zrównująca popyt z podażą (ang. *market clearing price)* p_t^* :

$$p_t = p_t^*. \tag{1d}$$

Alternatywą dla tej klasy są modele, w których wspomniane dostosowania mają głównie charakter *ilościowy*. Polegają one na zmianach zapasów i rezerw albo

[31] Por. Whitley (1994) oraz Klein, Welfe, Welfe (1999), gdzie opisano model gospodarki światowej Project LINK.

też na zmianach stopnia wykorzystania mocy produkcyjnych i czasu pracy zatrudnionych lub na zmianach wielkości importu i eksportu. Oznacza to, że dostosowania cenowe jeśli występują to z opóźnieniem, albo mają małe znaczenie (nie znaczy to, iż ceny są stałe, ale że ich zmiany są głównie powodowane przez zmiany kosztów jednostkowych). Są to *modele nierównowagi*[32]. Nierównowaga ta może mieć różne oblicza i występować na różnych rynkach.

Należy wyróżnić przede wszystkim modele z nadwyżkową podażą czynników produkcji, tzn. niepełnym wykorzystaniem potencjału produkcyjnego i bezrobociem, oraz ewentualnie nadwyżkową podażą towarów i usług. W tych warunkach można zwykle przyjąć, iż podaż dostosowuje się do (ograniczonego) popytu, stąd modele te nazywa się *zorientowanymi popytowo* lub *zdeterminowanymi przez popyt* (ang. *demand driven* lub *demand determined).* Mamy wówczas:

$$\text{dla } y_t^s > y_t^d \Rightarrow y_t^s \to y_t^d \text{ oraz } y_t^d = y_t, \tag{2a}$$

przy czym $y_t^s - y_t^d = y_t^s - y_t$ określa nadwyżkową podaż.

Jeżeli podaż czynników produkcji (względnie towarów i usług lub rezerw dewizowych) jest ograniczona, mówimy o modelach z nadwyżkowym popytem lub modelach dla gospodarki niedoborów. Ponieważ w takiej sytuacji w transakcjach realizuje się podaż, są to modele *zorientowane podażowo lub zdeterminowane przez podaż (ang. supply constrained lub supply determined).*

Można to zapisać:

$$\text{dla } y_t^s < y_t^d \Rightarrow y_t^s = y_t. \tag{2b}$$

przy czym $y_t^d - y_t^s = y_t^d - y_t$ określa popyt nadwyżkowy

W takim schematycznym ujęciu przyjmuje się zatem, że realizacja następuje zgodnie z zasadą minimum:

$$y_t = \min\left(y_t^d, y_t^s\right). \tag{3}$$

W rzeczywistości dostosowania ilościowe i cenowe występują jednocześnie, jednakże z niejednakową siłą. Efektywność tych dostosowań, zwłaszcza krótkookresowa, jest zazwyczaj różna na poszczególnych rynkach. I tak, przyjmuje się często, iż są one efektywne na rynkach towarów i usług, tzn. zrównuje się tam popyt z podażą. Wynika to na ogół z przyjęcia założenia, że w przypadku wolnych mocy produkcyjnych, bezrobocia i dostatecznych rezerw dewizowych dostosowania podaży, będące rezultatem wzrostu popytu, mogą następować w krótkim czasie, nie pociągając za sobą znacznych zmian cen (nie dotyczy to dóbr

[32] Modele te rozwinięto na szeroką skalę w krajach o gospodarce rynkowej, analizując głównie problemy modelowania bezrobocia. Por. Barro, Grossman (1971), Malinvaud (1977) oraz Welfe (1992), podrozdz. 2.6 i 3.3.

o sztywnej podaży, np. płodów rolnych). Jeżeli więc takiemu stanowi rzeczy towarzyszy niepełne wykorzystanie mocy produkcyjnych i chroniczne bezrobocie, mamy wówczas model opisujący *reżim bezrobocia keynesowskiego:*

$$X_t^s \geq X_t^d = X_t \text{ oraz } N_t^s > N_t^d = N_t \quad i \quad K_t^s > K_t^d = K_t, \qquad (4)$$

gdzie:

X_t — produkcja (PKB),

N_t — zatrudnienie,

K_t — majątek trwały.

Wśród sytuacji, które odznaczają się występowaniem nadwyżkowego (niezaspokojonego) popytu na dobra i usługi, wyróżnia się na ogół następujące dwa reżimy. W *reżimie bezrobocia klasycznego* przyjmuje się, że ze względu na niedostateczną opłacalność produkcji przedsiębiorcy nie decydują się na wytwarzanie dóbr w ilościach zaspokajających popyt. To jednocześnie pociąga za sobą ograniczenia dotyczące popytu na siłę roboczą i bezrobocia. Mamy wówczas:

$$X_t^s < X_t^d \Rightarrow X_t^s = X_t \text{ oraz } N_t^s > N_t^d = N_t \text{ i na ogół } K_t^s > K_t^d = K_t \qquad (5)$$

Natomiast bardziej typowa dla gospodarki niedoborów jest sytuacja nazywana *reżimem tłumionej inflacji*[33]. Polega ona na tym, że niedostateczna podaż towarów i usług łączy się z niedoborem jednego z czynników produkcji. Jeśli dotyczy to niedoboru siły roboczej, to występuje popyt nadwyżkowy na obu rynkach— towarów i pracy:

$$X_t^s < X_t^d \Rightarrow X_t^s = X_t \text{ oraz } N_t^s < N_t^d \Rightarrow N_t^s = N_t. \qquad (6)$$

W gospodarce niedoborów można wyróżnić także i inne źródła niedostatecznej podaży, a mianowicie ograniczone rozmiary aparatu produkcyjnego *(K)* lub niedobór energii albo materiałów, co w makroskali sprowadza się do ograniczeń dewizowych (w finansowaniu importu zaopatrzeniowego (MZ)). Było to charakterystyczne dla krajów z gospodarką centralnie planowaną. W początkowych modelach dla krajów rozwijających się przyjmowano, że realizuje się popyt zagranicy, natomiast dostawy na rynek krajowy są rezydualne, głównie ze względu na niedobór mocy produkcyjnych.

Występowanie w czystej postaci wymienionych reżimów jest raczej zjawiskiem rzadkim i stąd wynika potrzeba rozpatrywania modeli mieszanych, dopuszczających współwystępowanie różnych reżimów.

4. Stylizowana struktura modeli gospodarki narodowej

Modele gospodarki narodowej mają strukturę, która podlegała wielu zmianom na przestrzeni ostatniego półwiecza. Spróbujemy przedstawić ją w sposób uprosz-

[33] Akcentuje się tutaj brak dostosowań cenowych wynikających z administracyjnej kontroli cen, nie zaś niechęci uczestników rynku do dokonywania zmian cen. Zastrzeżenia dotyczące terminu w odniesieniu do opisu gospodarek centralnie planowanych zawarto w pracy Welfe (1992).

czony, pokazując *stylizowaną* jej wersję (*skeleton system*)[34]. Rozpoczniemy od charakterystyki struktury przyjmowanej w makroekonometrycznych modelach przeważających w latach 80-tych ub. stulecia, w których to podstawą uporządkowania równań były kryteria rodzaju działalności.

Rozpoczniemy od podstawowej tożsamości definiującej PKB (X_t):

$$X_t = C_t + G_t + J_t + (E_t - M_t). \tag{7}$$

Podstawowe relacje behawioralne i technologiczne są następujące:
funkcja konsumpcji:

$$C_t = c(Y_t, r_t, C_{t-1}), \tag{8}$$

funkcja inwestycji:

$$J_t = j(X_t, r_t, K_{t-1}) \tag{9}$$

funkcja eksportu:

$$E_t = e(WT_t, p_t^w / p_t, E_{t-1}), \tag{10}$$

funkcja importu:

$$M_t = m(X_t, p_t / p_t^m, M_{t-1}), \tag{11}$$

funkcja zatrudnienia:

$$N_t = n(X_t, N_{t-1}), \tag{12}$$

równanie cen producenta:

$$p_t = p(w_t N_t / X_t, p_t^m), \tag{13}$$

równanie płac przeciętnych:

$$w_t = w(u_t, p_t), \tag{14}$$

równanie aktywności zawodowej:

$$N_t^s / L_t = n(u_t, w_t / p_t), \tag{15}$$

równanie popytu na pieniądz:

$$M_t^d = m(Y_t, p_t, r_t), \tag{16}$$

gdzie:
zmienne endogeniczne
C_t — konsumpcja gospodarstw domowych (ceny stałe),
E_t — eksport (ceny stałe),

[34] Por. Klein (1999) oraz Whitley (1994).

J_t — inwestycje brutto (ceny stałe),

K_t — środki trwałe na koniec okresu (ceny stałe),

M_t — import (ceny stałe),

N_t — zatrudnienie,

N_t^s — podaż siły roboczej,

p_t — ceny producenta,

u_t — stopa bezrobocia, $u_t = \left(N_t^s - N_t\right) / N_t^s$,

w_t — płace przeciętne nominalne,

Y_t — realne dochody osobiste gospodarstw domowych,

zmienne egzogeniczne:

G_t — realne wydatki instytucji publicznych (spożycie zbiorowe),

L_t — liczba ludności,

WT_t — wolumen handlu światowego,

p_t^w — ceny światowe,

p_t^m — ceny importu.

Poszczególnym równaniom zostaną poświęcone krótkie komentarze. Główne modyfikacje równań, jakie miały miejsce w latach następnych zostaną przedstawione w dalszym ciągu.

Funkcja konsumpcji (8) ma orientację keynesowską, uzależniając poziom konsumpcji głównie od realnych dochodów osobistych. Stopa procentowa objaśnia wahania w konsumpcji wynikające z wahań oszczędności. Wprowadzenie opóźnionej konsumpcji wynika z przekonania o występowaniu inercji (przyzwyczajeń), może także być interpretowane jako charakterystyka następstw występowania rozkładu opóźnień, gdy chodzi o dochody do dyspozycji.

Funkcja inwestycji (9) reprezentuje pewną odmianę funkcji zmiennego akceleratora. Mianowicie, pożądane rozmiary środków trwałych K_t^* mogą być przedstawione jako funkcja rozmiarów produkcji $\left(X_t\right)$ i stopy procentowej $\left(r_t\right)$:

$$K_t^* = k_t\left(X_t, r_t\right), \tag{18}$$

zaś przyrost środków trwałych jako proporcjonalny do różnicy między pożądanym a faktycznym poziomem środków trwałych:

$$\Delta K_t = \lambda\left(K_t^* - K_{t-1}\right). \tag{19}$$

Stąd inwestycje byłyby równe sumie przyrostu środków trwałych i deprecjacji środków trwałych $D_t = d_t K_{t-1}$:

$$J_t = \Delta K_t + D_t = i(X_t, r_t, K_{t-1})$$

Popyt inwestycji publicznych jest w uproszczonym modelu egzogeniczny.

Równania handlu zagranicznego mają standartową postać. Eksport zależy od popytu światowego, gdy import od globalnego popytu krajowego. W obu przypadkach istotna rolę odgrywają relatywne ceny.

Funkcja zatrudnienia była na ogół otrzymywana z odwrócenia funkcji produkcji. Istotną rolę odgrywały opóźnienia w dostosowaniach zatrudnienia do zmian w rozmiarach produkcji. Podaż siły roboczej była określana z iloczynu liczby ludności przez współczynnik aktywności zawodowej, na który wpływ miała sytuacja na rynku pracy (stopa bezrobocia) oraz atrakcyjność poszukiwanej pracy (realne wynagrodzenia). Stopa bezrobocia była ustalana rezydualnie.

Ceny producenta zależały od kosztów jednostkowych reprezentowanych przez koszty pracy oraz ceny importu, zaś wynagrodzenia od stopy inflacji i stopy bezrobocia.

Przepływy finansowe reprezentuje równanie objaśniające popyt na pieniądz, zależny od dochodów realnych oraz cen i stopy procentowej. Dla charakterystyki pozostałych elementów przepływów finansowych, w tym dochodów i wydatków budżetu państwa były specyfikowane odpowiednie tożsamości.

Przedstawiony tu system równań zawiera wszystkie główne sprzężenia zwrotne, charakterystyczne dla makromodeli. Pobudzenie realnych dochodów do dyspozycji pociąga za sobą odpowiedni przyrost PKB, ten zaś przyrost zatrudnienia (z opóźnieniem) i przy zadanej płacy przyrost dochodów do dyspozycji. Mnożnik konsumpcyjny wynika zatem z relacji:

$$\Delta Y_t \rightarrow \Delta C_t \rightarrow \Delta X_t \rightarrow \Delta N_t \rightarrow \Delta Y_t$$

W modelach tych występuje także akcelerator, co znajduje wyraz w następującym ciągu relacji:

$$\Delta J_t \rightarrow \Delta X_t \rightarrow \Delta J_t,$$

Mamy także mnożnik występujący w imporcie:

$$\Delta X_t \xrightarrow{+} \Delta M_t \xrightarrow{-} \Delta X_t,$$

Wreszcie dane jest sprzężenie inflacyjne:

$$\Delta p_t \rightarrow \Delta w_t \rightarrow \Delta p_t$$

Występowanie powyższych relacji umożliwiło dokonywanie licznych analiz symulacyjnych dotyczących spodziewanych efektów polityki gospodarczej, poprzedzanych analizami mnożnikowymi.

5. Dynamizacja modeli. Racjonalne oczekiwania. Długi i krótki okres

Wraz z upływem czasu występowały nowe tendencje, gdy chodzi o specyfikację równań makromodeli. Przedstawiamy je w daleko idącym skrócie.

Na przełomie lat tych i 80-tych ubiegłego stulecia zwrócono uwagę na celowość uporządkowania technik wprowadzania opóźnień do poszczególnych równań modeli. Zgodnie z metodologią LSE Hendry zaproponował, by w równaniach testować istotność opóźnień, rozpoczynając od możliwie najdłuższych (*top-down*), (por. Hendry (1995)).

Uwzględnienie oczekiwań podmiotów gospodarczych miało dłuższą historię. Już we wczesnych modelach gospodarki amerykańskiej wystąpiły przypadki, gdy przewidywania, oparte na systematycznym ankietowaniu gospodarstw domowych i przedsiębiorstw były wprowadzane do niektórych równań tych modeli.

Dopiero na przełomie lat 80-tych i 90-tych ub. stulecie w wyniku tzw. krytyki Lucasa nabrały mocy tendencje do uwzględniania w specyfikacji równań przewidywań podmiotów gospodarczych, w tym opartych na przewidywaniach racjonalnych. Wprowadzono mianowicie oszacowania przewidywań oparte na wykorzystaniu równań funkcjonujących modeli. Dotyczyło to głównie cen, oprocentowania, płac a także kursów walutowych. Jednakże w niektórych tylko modelach przyjęto, że przewidywania te są racjonalne (modele te często akcentują ten fakt w nazwie modelu). W wielu innych uznano, iż podmioty gospodarcze (zwłaszcza drobne) nie dysponują odpowiednią wiedzą, pozwalającą na przewidywania odpowiadające rezultatom otrzymywanym na podstawie teoretycznych modeli.

W latach 80-tych zwrócono uwagę, iż w wielu dziedzinach (począwszy od modelowania konsumpcji) występują pewne charakterystyki (relacje), które w długich okresach odznaczają się stabilnością. Zaproponowano więc, by równania tak budować, by można było wyodrębnić relacje długookresowe (równowagi) od relacji wyrażających krótkookresowe dostosowania, prowadzące do osiągania stanów równowagi (*steady state*). Wygodnym narzędziem stało się odpowiednie przekształcenie równania z opóźnieniami, które to zostało nazwane modelem z korektą błędem (*error correction model ECM*).

Można je zapisać w następującej, standardowej formie:

$$y_t^* = \beta_0 + \beta_1 X_t^* \tag{20}$$

$$\Delta y_t = (\alpha_1 - 1)(y_{t-1} - y_{t-1}^*) + \alpha_2 \Delta X_t + \varepsilon_t. \tag{21}$$

Gdzie * oznacza relację długookresową, zaś zmienne wyrażają poziomy lub logarytmy.

Powyższy sposób specyfikacji uległ upowszechnieniu w latach 90-tych, gdy okazało się, iż ma mocne podstawy teoretyczno-statystyczne nawiązujące do teorii kointegracji, uwzględniając, iż szeregi statystyczne są na ogół niestacjonarne.

6. Mikroekonomiczne podstawy specyfikacji

Na przełomie lat 80-tych i 90-tych zwrócono uwagę na konieczność uwzględnienia mikroekonomicznych podstaw specyfikacji równań. Korzystając z neoklasycznej teorii przyjęto, iż działalność gospodarstw domowych i przedsiębiorstw powinna być opisywana przy założeniu, że podmioty te maksymalizują preferencje, gospodarstwa domowe — użyteczność, przedsiębiorstwa — zyski (lub minimalizują koszty) w warunkach niedoskonałej konkurencji. W wyniku maksymalizacji użyteczności otrzymuje się funkcje popytu konsumpcyjnego i inwestycyjnego (inwestycje mieszkaniowe) oraz podaży pracy gospodarstw domowych. Rozwiązanie zadania maksymalizacji zysku przedsiębiorstw pozwala otrzymać równania popytu na czynniki produkcji, równania cen i płac.

Budowa równań różni się o tyle od wcześniej przedstawionych, że (poza wprowadzeniem oczekiwań) istotną rolę odgrywają obok strumieni zasoby, którymi dysponują podmioty gospodarcze. W szczególności zgodnie z koncepcją permanentnego dochodu Friedmana do funkcji popytu konsumpcyjnego (8) wprowadzono zmienną objaśniającą zasoby gospodarstw domowych (początkowo finansowe, a następnie rzeczowe-nieruchomości V_t). W późniejszych zaś latach zgodnie z koncepcją długości życia (*long-life*) wprowadzono oczekiwane dochody z przyszłych okresów, zwane osobistymi realnymi zasobami H_t (*human wealth*).

Specyfikacja popytu na czynniki produkcji uwzględniła efekty substytucji pracy przez maszyny i urządzenia. W funkcji inwestycji (9) wprowadzono jako zmienną objaśniającą koszty uzyskania inwestycji (których składnikiem pozostawała stopa procentowa), co pozwoliło na wyznaczenie spodziewanych korzyści (zysków) z inwestycji. W późniejszych latach zwrócono uwagę na celowość uwzględnienia kosztów instalacji (przekuwania) środków trwałych, pociągających za sobą opóźnienia w procesie inwestycyjnym. Podjęto też próbę wykorzystania koncepcji q Tobina.

Z kolei, w funkcji zatrudnienia (12) uwzględniono jako zmienną objaśniającą wysokość realnych wynagrodzeń obok lub zamiennie z relacjami płac i kosztów wypożyczenia środków trwałych.

7. Modelowanie podaży

W przedstawionych wyżej charakterystykach równań strukturalnych przyjmowano, iż popyt na dobra i usługi oraz na czynniki produkcji realizuje się w transakcjach rynkowych. Przeto można przyjąć, iż podaż towarów i usług oraz czynników produkcji dostosowuje się do popytu, stąd w modelach tych nie występują *explicite* funkcje podaży. Wyjątkiem jest rynek pracy, gdzie podaż siły roboczej jest wyznaczana z odrębnego równania, co pozwala na oszacowania stopy bezrobocia, będącej wyrazem nierównowagi na tym rynku.

Dość wcześnie zwrócono uwagę na możliwość wystąpienia niezrównoważenia na rynkach towarów i usług o charakterze przejściowym (frykcyjnym), które mo-

gą być eliminowane przez dostosowania zapasów (stąd w nielicznych modelach oddzielne równania zmian zapasów wyrobów gotowych) lub dostosowania w eksporcie, względnie w imporcie. Te ostatnie wymagają użycia charakterystyk potencjalnej luki popytowej, mających też istotne znaczenie w kształtowaniu cen producenta.

Charakterystyki te mogą być budowane w rozmaity sposób. Odwołamy się tu do wskaźników stopnia wykorzystania potencjału produkcyjnego wx_t. Mogą być one wyznaczane na podstawie danych ankietowych lub w drodze analizy odchyleń od trendu produkcji. Mocne teoretyczne podstawy maja wskaźniki otrzymywane z relacji efektywnej produkcji X_t do produkcji potencjalnej X_t^p.

$$wx_t = X_t / X_t^p \tag{22}$$

Produkcję potencjalną otrzymuje się zazwyczaj z funkcji produkcji. Dla ustalenia uwagi założymy, iż przyjęto (najczęściej używaną) funkcję Cobb-Douglasa za stałymi efektami skali:

$$X_t^p = BA_t K_t^{\alpha} N_t^{(1-\alpha)} e^{\varepsilon_t} \tag{23}$$

gdzie A_t — łączna produktywność czynników produkcji wyjaśniająca efekty postępu technicznego, α — elastyczność względem środków trwałych, ε_t — składnik losowy.

Funkcje produkcji występowały *explicite* w niektórych tylko modelach rocznych, przy czym efekty postępu technicznego były egzogeniczne (reprezentowane przez trend wykładniczy). Dopiero rozwój teorii endogenicznego wzrostu doprowadził do wprowadzenia specyfikacji, w której produktywność czynników produkcji zendogenizowano, uzależniając jej wzrost od wzrostu kapitału wiedzy, reprezentowanego przez kapitał ludzki i skumulowane nakłady na B+R krajowe i zagraniczne (Welfe (1997)). Funkcje te wykorzystywano dopiero w modelach konstruowanych w XXI w., zwłaszcza w modelach budowanych dla długiego okresu. Przykładem takiego modelu jednosektorowego jest model W8D-2007 dla Polski (Welfe (2009)), zaś wielosektorowego - model dla USA (Jorgenson i in. (2003)), w którym to w analizie efektów wzrostu kapitału ludzkiego skorzystano z daleko idącej dezagregacji zatrudnionych według poziomu wykształcenia, płci, wieku, etc.

Specyfikacja odrębnych równań objaśniających podaż towarów i usług występowała jedynie w empirycznych modelach równowagi ogólnej, gdy poszukiwano zmian cen równoważących popyt i podaż lub w modelach o orientacji podażowej, gdzie przyjmowano, że realizuje się podaż towarów, a na rynku występuje popyt nadwyżkowy. Modele o orientacji podażowej były powszechnie budowane w krajach z gospodarką centralnie planowaną i we wczesnych fazach rozwoju krajów rozwijających się. Podstawowe znaczenie w tych modelach miały funkcje produkcji przemysłu i rolnictwa, generujące podaż produktów. Jej alokacja,

uwzględniając import była opisana przez funkcje podaży kierowanej do wyróżnionych grup odbiorców. Zazwyczaj popyt zagranicy realizował się w eksporcie natomiast popyt konsumpcyjny, zwłaszcza inwestycyjny podlegał racjonowaniu.

Występowanie chronicznego bezrobocia w krajach rozwiniętych stało się źródłem licznych analiz podejmowanych z pozycji modeli nierównowagi (Barro, Grossman (1971)). W ramach tych modeli budowano zarówno funkcje popytu, jak i podaży, zależnej od środków trwałych i zatrudnienia, rozstrzygając w sposób empiryczny, który z alternatywnych reżimów realizował się w gospodarce (Dreze i in. (1990)). Modele te zostały uogólnione na kraje z gospodarką centralnie planowaną, zwłaszcza w okresie występowania chronicznych niedoborów na rynkach dóbr i usług (Davis, Charemza, (1989), Welfe (1992)). W latach 90-tych i późniejszych, gdy przewagę zyskały reżimy z ograniczeniami popytu w modelach nierównowagi pozostały w sektorze podaży funkcje produkcji, generujące potencjał produkcyjny.

W modelach o orientacji popytowej wśród równań opisujących sektor przedsiębiorstw podstawową rolę odgrywały równania płac i cen. W modelach funkcjonujących w Wielkiej Brytanii istotną rolę odegrały prace Layarda i Nickella (1985), akcentujące rolę procesów negocjacyjnych w kształtowaniu się płac. Przesunęło to punkt ciężkości na analizę zmian zachodzących w płacach realnych pod wpływem skali bezrobocia w krótkich okresach i wydajności pracy w długich okresach. Uwzględniając rolę płac w kształtowaniu się cen w warunkach niedoskonałego rynku, sformułowano koncepcję stopy inflacji nie pociągającej za sobą wzrostu stopy bezrobocia (NAIRU), jako alternatywy neoklasycznej koncepcji naturalnej stopy bezrobocia.

W latach 80-tych zwrócono uwagę, iż w kształtowaniu cen nie mniejszą rolę (obok kosztów) odgrywają napięcia rynkowe. Są one reprezentowane przez różnie definiowane charakterystyki stopnia wykorzystania potencjału produkcyjnego wx_t. Stąd zmienna ta pojawia się w równaniach cen producenta w większości modeli. Występuje także w równaniach importu oraz eksportu, modyfikując wielkości importu (eksportu) w przypadku napięć rynkowych, wywoływanych głównie przez nieoczekiwane zmiany popytu.

Wreszcie, relaksacja przepływów finansowych w skali międzynarodowej i połączone z nią odchodzenie od kontroli kursów walutowych pociągnęły za sobą prace zmierzające do ich endogenizacji. Wiodące znaczenie zyskała koncepcja, w której kurs oparty na relacjach cen porównywanych walut (PPP) jest modyfikowany przez zmiany w relacjach stóp procentowych (*uncovered interest parity UIP*) pociągające za sobą przepływy kapitału, a także zmiany w wysokości premii za ryzyko.

Współcześnie zwraca się uwagę, iż zmiany wynagrodzeń i cen następują z opóźnieniami, wynikającymi m.in. ze względów instytucjonalnych. Taki keynesowski punkt widzenia przyjęty jest powszechnie w modelach DSGE.

8. Stylizowana wersja struktury makromodeli w latach ostatniego dwudziestolecia

Zarysowane wyżej zmiany można zilustrować przez sformułowanie alternatywnego schematu stylizowanej struktury makromodeli o orientacji popytowej, ograniczając się do podania specyfikacji długookresowych równań[35].

Równanie bilansowe:

$$X_t = C_t + G_t + J_t + \Delta R_t + E_t - M_t \tag{24}$$

Równania sektora popytu:

Popyt konsumpcyjny: $C_t = c(H_t, V_t, r_t)$ (25)

Popyt inwestycyjny: $J_t = j(X_t, r_t, w_t / p_t^s)$ (26)

Przyrost zapasów: $\Delta R_t = r(X_t, wx_t)$ (27)

Import: $M_t = m(X_t wx_t, p_t / e_t p_t^w)$ (28)

Eksport: $E_t = e(WT_t, wx_t \quad p_t / e_t p_t^w)$ (29)

Konsumpcja zależy od oczekiwanych dochodów H_t, majątku osobistego V_t i stopy procentowej r_t. Inwestycje zależą obok PKB od kosztów uzyskania reprezentowanych przez stopę procentową (r) oraz relacji cen czynników produkcji. Przyrost zapasów jest uzależniony od rozmiarów PKB i skali napięć rynkowych (wx_t). W handlu zagranicznym obok relatywnych cen występuje stopa wykorzystania potencjału produkcyjnego.

Równania sektora podaży:

Równania wyznaczające popyt na czynniki produkcji nie odbiegają od omówionych wcześniej. Natomiast równania płac i cen mają następującą postać:

Równanie płac realnych: $w_t / p_t = w(u_t, \pi_t, tx_t)$ (30)

Ceny producenta: $p = p(wx_t, w_t / \pi_t, e_t p_t^w)$ (31)

Kurs walutowy: $e = e(e_t^e, r_t / r_t^w, \gamma_t)$ (32)

gdzie:

$\pi_t = X_t / N_t$ - wydajność pracy,

u_t — stopa bezrobocia,

[35] Sytuację dla początku lat 90-tych scharakteryzował podobnie Whitley (1994, s. 51).

tx_t — stopy opodatkowania,

r_t^w — stopa procentowa za granicą,

γ_t — premia za ryzyko.

Płace realne zależą od stopy bezrobocia, wydajności pracy i stóp opodatkowania, gdy ceny od napięć rynkowych, kosztów pracy oraz cen zagranicy. Wreszcie, kurs walutowy zależy od jego wartości oczekiwanej, relacji stóp procentowych i premii za ryzyko. Dodajmy, iż w krótkim okresie dostosowania dokonują się z opóźnieniem, co znajduje wyraz we wprowadzeniu do równań krótkookresowych zmiennych endogenicznych opóźnionych. Podobnie mogą być wprowadzane oczekiwania.

Powyższy stylizowany układ łatwo przekształcić w strukturę, która za punkt wyjścia przyjmuje kryterium typu podmiotu gospodarczego, wyróżniając gospodarstwa domowe, przedsiębiorstwa, sektor publiczny i zagranicę.

9. Metody estymacji. Techniki obliczeń

Przemianom w ekonomicznej orientacji i strukturze makromodeli towarzyszyły zmiany w metodach estymacji parametrów równań modeli, który to rozwój został przyspieszony w wyniku rewolucji komputerowej. Ta ostatnia zniosła bariery, jeżeli chodzi o wielkość modeli, a także pozwoliła na stosowanie daleko zaawansowanych metod numerycznych. W miarę rozwoju iteracyjnych metod rozwiązywania układów nieliniowych (Gaussa-Seidela, Newtona) zaniknęła potrzeba linearyzacji równań, ich quasi-rekurencyjnego porządkowania itd. Te i dalsze uwagi maja charakter szkicowy, zważywszy na to, iż przedstawienie metod estymacji wymaga współcześnie obszernych monografii[36].

Przez wiele lat dominowały w modelach „głównego nurtu" poglądy i metody powstałe w kręgu Cowles Commission. Modele o równaniach jednocześnie współzależnych były konstruowane tak, aby wchodzące w ich skład równania strukturalne wyrażały postulaty teorii ekonomicznej, najczęściej przez nakładanie restrykcji zerowych na parametry stojące przy zmiennych, których wprowadzenie do równania nie miało uzasadnienia teoretycznego. Powstała cała gama metod estymacji, które miały zapewnić zgodność estymatorów równań w tej klasie modeli — podwójna, potrójna MNK, metoda największej wiarygodności ograniczonej informacji, metody zmiennych instrumentalnych itd. Były one początkowo stosowane w małych modelach, a w miarę dostępności komputerów o dużej mocy — w dużych modelach. Z empirycznych wyników analiz okazało się jednak, że obciążenia estymatorów otrzymywane zwykłą MNK są na ogół nieznaczne. Stąd metoda ta pozostała faktycznie główną techniką szacunku parametrów równań.

---

[36] Do monografii tych odsyłamy Czytelnika. W literaturze polskojęzycznej najpełniejszy ich wykład zawiera praca A. Welfe (2009), która to zawiera obszerną charakterystykę literatury światowej.

Metody powyższe były rozwijane m.in. w odpowiedzi na nowe potrzeby modelowania. Dotyczyło to z jednej strony modeli racjonalnych przewidywań (Fair, Taylor (1983)), z drugiej zaś modeli nierównowagi, w których występowały nieobserwowalne zmienne (reprezentujące popyt i podaż), a których to obszerny opis podał R.E. Quandt (1988).

Postępowanie zgodnie z zaleceniami Cowles Commission zostało podważone przez S.A. Sims'a (1980), który zarzucił konstruktorom modeli dowolność specyfikacji równań strukturalnych przez arbitralny wybór restrykcji zerowych. Dało to początek zastosowaniu koncepcji VAR (*Vector Autoregression*), która to w wersji wyjściowej uzależniała wszystkie zmienne modelu od wszystkich zmiennych lecz opóźnionych, co likwidowało jednoczesną współzależność zmiennych, sprowadzając model do wersji zredukowanej modelu o równaniach jednocześnie współzależnych[37].

Równania powyższych modeli nie miały interpretacji ekonomicznej, stąd były traktowane jako narzędzia prognozowania. Natomiast, zostały uogólnione w taki sposób, by można było zapewnić przejście do równań strukturalnych, zadając odpowiednie restrykcje na parametry równań (SVAR). W tej formie były używane głównie w analizach cząstkowych, dotyczących wyróżnionych fragmentów gospodarki narodowej, np. inflacji.

W ostatnich 10 latach podjęto próby powiązania tych modeli z analiza kointegracyjną. Okazało się wszakże, że analizy takie ze względów technicznych mogą objąć nie więcej niż kilka równań. Stąd też zostały zastosowane do opisu modeli cząstkowych, w tym rynków pieniężnych Wielkiej Brytanii i Norwegii z ewentualną sugestią do powrotu do idei rekurencyjnej segmentacji makromodeli.

W pewnej mierze alternatywą w stosunku do tradycyjnych sposobów postępowania okazało się oparcie procesów estymacji na wynikach analizy szeregów czasowych. Okazało się, iż makro-szeregi w większości są niestacjonarne (na ogół I (1)) i stosowanie w analizach regresji poziomów zmiennych może prowadzić do regresji pozornych. Engle i Granger (1987) zaproponowali rozwiązanie, które stanowi podstawę teoretyczną aplikacji modeli z korektą błędem. Mianowicie, dwuetapowa procedura przewiduje oszacowanie w pierwszym kroku parametrów równania długookresowego, statycznego (często parametry te są kalibrowane), w drugim zaś zastosowanie ECM do przyrostów zmiennych (lub ich logarytmów) dla odwzorowania dostosowań krótkookresowych (uwzględniając stosowne opóźnienia i wyprzedzenia). Technika powyższa znalazła powszechne zastosowanie przy estymacji, zwłaszcza dużych modeli makroekonometrycznych.

Należy wreszcie zwrócić uwagę, iż w ostatnich latach w związku z rozwojem dynamicznych, stochastycznych modeli równowagi ogólnej (DSGE) nabrały na znaczeniu metody bayesowskiej estymacji.

---

[37] Obszerną charakterystykę tej klasy modeli w literaturze krajowej można znaleźć w pracy Staszewskiej-Bystrowskiej (2009), gdzie zawarto szerokie odniesienie do literatury światowej.

10. Modelowanie makroekonometryczne a rozwój systemów statystyki społeczno-gospodarczej

Z przedstawionego zarysu tendencji rozwojowych w makroekonometrycznym modelowaniu jasno wynika, iż budowa makromodeli po II wojnie światowej wiąże się nierozerwalnie z powstaniem i rozbudową systemów rachunków narodowych. Ujednolicenie tych systemów przy udziale międzynarodowych organizacji ONZ (SNA) i Unii Europejskiej (EUROSTAT) pozwoliło na oparcie budowy makromodeli na sprawdzonych, spójnych podstawach. Początkowo dotyczyło to modeli rocznych, a w późniejszych latach modeli kwartalnych w miarę jak rachunki narodowe zaczęto budować dla okresów kwartalnych. W ostatnim dziesięcioleciu uległa uporządkowaniu i ujednoliceniu statystyka przepływów finansowych w kontekście rozbudowy rachunków sektorów instytucjonalnych.

Należy także podkreślić, iż rozwiązania przyjmowane w systemie rachunków narodowych, a szerzej ujmując w statystyce społeczno-gospodarczej, gdy chodzi o klasyfikację podmiotów gospodarczych są powszechnie przyjmowane za podstawę dezagregacji w makromodelach. Konstruktorzy makromodeli są jednak zwykle zmuszeni do konstruowania specjalnych agregatów, że wymienimy działy wrażliwe na warunki wymiany z zagranicą, czy też działy odznaczające się różnym poziomem technicznym lub różną nauko chłonnością. W tej dziedzinie byłaby pożądana działalność unifikacyjna urzędów statystycznych.

Makroekonometryczne modele korzystają głownie z szeregów czasowych wyróżnionych zmiennych. Stąd też wynika postulat porównywalności danych w czasie, traktowany jako podstawowy. Nieuniknione są wszakże sytuacje, w których następuje rewizja czy aktualizacja danych. Wówczas doprowadzenie szeregów czasowych do porównywalności spoczywa zwykle na konstruktorach modeli.

Teoretyczne postulaty, które starają się realizować konstruktorzy modeli wymagają ujednolicenia konstrukcji szeregów czasowych, zawierających dane o potencjalnych wartościach zmiennych (np. potencjalnym PKB) lub o wielkościach bezpośrednio nieobserwowalnych (np. łączna produktywność czynników produkcji czy stopień wykorzystania potencjału produkcyjnego). Informacje te są zazwyczaj generowane przez konstruktorów modeli na podstawie modeli korzystających z wielkości obserwowalnych. Mogłoby to stać się domeną urzędów statystycznych.

Jednakże niejednokrotnie staje się możliwe wykorzystanie przez urzędy statystyczne ciągłych informacji o charakterze pośrednim poprzez dane uzyskiwane z ankiet czy to przedsiębiorstw czy też gospodarstw domowych i odpowiednio agregowanych. Odnosi się to zarówno do ocen bieżącej sytuacji (np. stopnia wykorzystywania potencjału przedsiębiorstw), czy też przewidywań (np. popytu na dobra trwałego użytku) Wyniki tych badań służą niejednokrotnie jako alternatywne wobec innych technik przyjmowanych w makromodelowaniu.

Wreszcie należy podkreślić, iż rozwój modeli zwłaszcza wielosektorowych zależy w znacznej mierze od częstotliwości i stopnia szczegółowości badań statystycznych. W charakterze przykładów można podać niewystarczającą częstotliwość informacji o przepracowanym czasie pracy zatrudnionych (jedynie raz w roku) czy brak danych o zmianowości. Lista ewentualnych dezyderatów zależy od struktury modeli i może być przedmiotem konsultacji między konstruktorami modeli i między urzędami statystycznymi.

Literatura

Barro R.J., Grossman H.I., (1971), *A General Disequilibrium Model of Income and Employment*, „American Economic Review", vol. 61, s. 82—93.

Bodkin R.G., Klein L.R. i Marwah K. (eds.) (1991), *A History of Macroeconometric Model-Building*. E. Elgar, Aldershot.

Davis C., Charemza W., (eds.) (1989), *Models of Disequilibrium and Shortage in Centrally Planned Economies*, Chapman and Hall, London.

Dreze J.H., Bean C., Lambert J.P., Metha F., Sneesens H.R., (eds.) (1990), *Europe's Unemployment Problem*. MIT Press, Cambridge.

Engle R., F., Granger W. J. (1987), *Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing*, "Econometrica", vol. 55, s. 251—276.

Fair R.C., Taylor J.B. (1983), *Solution and Maximum Likelihood Estimation of Dynamic Non Linear Expectations Model*: "Econometrica", vol. 51, s. 1169—1186

Ginsburgh V., Keyzer M. (1997), *The Structure of Applied General Equilibrium Models*. MIT Press, Cambridge M.A.

Hendry D.F. (1995), *Dynamic Econometrics*, Oxford University Press, Oxford

Jorgenson D.W., Ho M.S.,Stiroh V.J. (2003), *Lessons from US Growth Resurgence*, "Journal of Policy Modeling", vol. 25, s. 453—470

Klein L.R., Welfe W. (1982), *Wykłady z ekonometrii*. PWE, Warszawa.

Klein L.R., Welfe A., Welfe W. (1999), *Principles of Macroeconometric Modeling*. North Holland, Amsterdam.

Layard P.R.G., Nickell S.J., (1985), *The Causes of British Unemployment*, "National Institute Economic Review", vol. 111, s. 62—85

Malinvaud E. (1977), *The Theory of Unemployment Reconsidered*. Basil Blackwell, Oxford.

Okólski M., Timofiejuk I. (1978), *Statystyka ekonomiczna. Elementy teorii*, PWE, Warszawa.

Orłowski W. (1992), *Opcje polityki monetarnej i fiskalnej okresu przejścia do gospodarki rynkowej. Analizy z wykorzystaniem Modelu Równowagi Ogólnej gospodarki polskiej.* Łódź (rozprawa doktorska).

Quandt R.E. (1988), *The Econometrics of Disequlibrum*, Basic Blackwell, New York.

Sims C.A. (1980), *Macroeconomics and Reality*, "Econometrica", vol. 48, s. 1—48.

Staszewska-Bystrova A. (2009), *Wektorowe modele autoregresyjne w analizie makroekonometrycznych szeregów czasowych*, Dom Organizatora, Toruń.

Tomaszewicz Ł.(1994) *Metody analizy input-output*, PWE, Warszawa.

Welfe A. (2009) *Ekonometria. Metody i ich zastosowania*, Wyd,. IV, PWE, Warszawa.

Welfe W. (1992) *Ekonometryczne modele gospodarki narodowej Polski*, PWE, Warszawa.

Welfe W. (red.) (2007), *Gospodarka oparta na wiedzy*, PWE, Warszawa.

Welfe W. (red.), (2009), *Makrtoekonometryczny model gospodarki opartej na wiedzy*, Acta UŁ, Folia Oeconomica, 229, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego , Łódź.

Whitley J.D. (1994), *A Course in Macroeconomic Modelling and Forecasting*, Harvester/Wheatsheaf, New York.

Zienkowski L. (2001), *Co to jest PKB? Jego rola w analizach ekonomicznych i prognozowaniu*, DW Elipsa, Warszawa.

Żółkiewski Z. (1995), *Model równowagi ogólnej z uwzględnieniem zachowań monopolistycznych*, Studia. i Prace, Z prac ZBSE, GUS i PAN, z. 226.

ISBN 978-83-7027-460-3

222 lata
Polskiej Statystyki Publicznej
1789–2011

ZWS
Zam. 497/2010